Lösungen

der

Rechnungsaufgaben

für

Schuldienst-Exspektanten.

Von **Dr. Georg Holzner.**

IV. Teil.

541 Kopfrechnungen.

Wilh. Tümmel's Buch- u. Kunstdruckerei, Nürnberg.

Einleitung.

Die Lösung einer arithmetischen Aufgabe ist nichts anderes als die Lösung einer Gleichung. Aber die meisten Rechnungen, welche im Geschäftsleben gemacht werden, sind so einfach, daß der Rechner nicht an eine Gleichung denkt oder eine solche, auch wenn ihm deren Behandlung bekannt ist, nicht anwendet. Viele von den Kopfrechnungen, welche in den Anstellungsprüfungen aufgegeben werden, sind ebenfalls sehr einfach, die meisten aber sind zusammengesetzt, und oft ist ein Sachbegriff umschrieben angegeben. Wenn solche, nicht selten schwer verständliche Begriffe im Seminar nicht erklärt worden sind — und es ist ja nicht möglich, dieselben sämtlich zu erläutern —, so ist es für Kandidaten, welche sich für das Examen vorbereiten wollen, sehr schwer, die in der Bayerischen Lehrerzeitung und in den Schulanzeigern mitgeteilten Aufgaben zur Übung zu wählen. Ich habe daher zu jeder Aufgabe einen kurzen Schlüssel zur Lösung angegeben.

Da beinahe alle Aufgaben mit Anwendung verschiedener Operationen gelöst werden müssen, so ist eine systematische Gruppierung nicht möglich. Die nachstehenden Gruppen sind daher nicht nach einem bestimmten Einteilungsgrunde geordnet, sondern sollen nur beiläufig anzeigen, wo sogenannte Rechnungsarten (Begriffsfälle) zu suchen sind.

Bisweilen bieten sich zur Lösung einer Aufgabe mehrere Ausgangspunkte. In solchen Fällen habe ich entweder zwei Lösungen angeführt, oder ich bin bei den aufeinander folgenden Aufgaben von verschiedenen Gesichtspunkten ausgegangen.

Bei vielen Aufgaben muß genau derselbe Gang eingehalten werden, wie bei der Lösung von Gleichungen mit zwei Unbekannten. Hiebei findet je nach Umständen bald die Substitutions-, bald die Additions- oder Comparationsmethode Anwendung. Die Aufgaben, welche sich als I. Gleichung $x : y = a : b$ und als II. Gleichung $(x \pm c) : y \pm d) = f : g$ darstellen, werden im allgemeinen so gelöst, daß aus der I. Geichung der Wert der größeren Unbekannten in der II. Gleichung substituiert wird; z. B. die Barschaften von A und B verhalten sich wie 3 : 1. Als A 9 ℳ verloren und B 5 ℳ gewonnen hatte, war das Verhältnis

ihrer Barschaften 5 : 3; wie viel Geld hatte jeder anfangs? Die einfachste Lösung ist nun: Die Barschaft des A ist so groß wie die 3fache Barschaft des B. Zieht man von dieser 3fachen Barschaft des B 9 ℳ ab, so ist die 3fache Differenz so groß wie die 5fache Summe der um 5 ℳ vergrößerten ursprünglichen Barschaft des B. Es ist also die 9fache Barschaft des B weniger die 5fache Barschaft gleich 25 und 27. Demnach ist die 4fache anfängliche Barschaft des B 52. Somit hatte B anfangs 13 ℳ; A hatte $13 \times 3 = 39$ ℳ. — Wenn $c = d$ ist, so kann, wie ich im I. Teile S. 12 bemerkt habe, eine Regel zu einer mechanischen Auflösung aufgestellt werden.*)

Die sogenannten Mischungsrechnungen, in welchen durch Zu- oder Wegnahme einer angegebenen Menge des einen Bestandteiles eine prozentische Anderung des Mischungsverhältnisses verzeichnet wird, werden am einfachsten gelöst, wenn man die Prozente des anderen Bestandteiles, dessen absolute Menge sich nicht ändert, zu grunde legt; z. B. 30 kg einer 10prozentigen Kochsalzlösung sollen durch Zugabe von Salz in eine 16prozentige verwandelt werden; wie viel Kochsalz muß zugesetzt werden? Unverändert bleibt hier die Menge des Wassers. Die Prozente desselben betragen in der anfänglichen Lösung 90 und sollen in der neuen 84 sein. Es verhalten sich nun die Gewichte der Lösungen umgekehrt wie die Prozente des Wassers. Demnach ist das Gewicht der neuen Lösung $\frac{90 \times 30}{84} = 32\frac{1}{7}$ kg. Es müssen daher $2\frac{1}{7}$ kg Kochsalz zur anfänglichen Lösung hinzugefügt werden. — Daß zwischen den Mengen der Mischungen und den Prozenten im Gehalte desjenigen Bestandteiles, dessen absolute Menge nicht geändert wird, ein umgekehrtes Verhältnis besteht, läßt sich leicht allgemein beweisen. Ist nämlich G das Gewicht dieses Bestandteiles, P_1 das Gewicht der anfänglichen Mischung und q_1 die Prozentzahl für den genannten Bestandteil, dann P_2 das Gewicht der neuen Mischung und p_2 die Prozentzahl, so ist $G = P_1 \times \frac{p_1}{100}$ und $G = P_2 \times \frac{p_2}{100}$. Somit ist $P_1\, p_1 = P_2\, p_2$ oder $P_2 : P_1 = p_1 : p_2$.

---

*) Im I. Teile Seite 12 Anmerkung muß die II. Gleichung heißen: $(x[+c)[:(y+c) = \frac{m}{n} : 1$.

A. Vermischte Rechnungen mit unbenannten Zahlen.

12. Schwaben. 1887.

Was ist das Doppelte von $1\frac{1}{2}$ Drittel von 17?

Lösung.

Das Doppelte von $1\frac{1}{2}$ ist 3, und das 3fache von $\frac{1}{17}$ ist **17.**

3. Schwaben. 1893.

Die Differenz zweier Zahlen beträgt $\frac{3}{5}$ mal die kleinere Zahl. In welchem Verhältnisse stehen die beiden Zahlen zu einander?

Lösung.

Die größere Zahl ist ein- und $\frac{3}{5}$mal, d. i. $\frac{8}{5}$mal die kleinere; demnach verhalten sich die Zahlen wie **8 : 5.**

1. Schwaben. 1890.

Die Summe der Quotienten, die man erhält, wenn man eine Zahl mit $4\frac{2}{5}$ und 5 dividiert, ist 450. Welche Zahl ist es?

Lösung.

$\frac{1}{4} + \frac{5}{22} = \frac{27}{220}$ der Zahl. Da $\frac{27}{220}$ der Zahl 450 sind, so ist die Zahl **1000.**

7. Niederbayern. 1891.

Von welcher Zahl ist $\frac{8}{9}$ 9mal der 8. Teil?

Lösung.

Das $\frac{8}{9}$fache der zu suchenden Zahl ist $\frac{8}{9}$; folglich ist die Zahl, welche gesucht wird, $\frac{8}{9} \times \frac{8}{9} = \frac{64}{81}$.

2. Oberfranken. 1888.

Die Zahl B ist um 20% größer als A; durch welche Zahl muß man B teilen, um einen Quotienten zu erhalten, der um 20% kleiner ist als die Hälfte von A?

Lösung.

Man kann als Zahl A eine beliebige Ziffer z. B. 10 wählen. B ist dann 12 Man will nun durch Teilung die Zahl 4 (um 20% kleiner als $\frac{1}{2}$) erhalten. Dieses geschieht durch Teilung mit **3.**

6. Niederbayern. 1891.

Die Zahl 100 soll so in 2 Teile zerlegt werden, daß, wenn man den größeren durch den kleineren dividiert, der Quotient 1 ist, und der Rest 4 beträgt?

Lösung.

Zieht man 4 von 100 ab, so ist die Hälfte des Restes der Divisor. Es ist daher die kleinere Zahl **48**, die größere **52**.

3. Pfalz. 1885.

Welche Zahl muß mit dem Quotienten $1\frac{5}{6} : 3\frac{1}{7}$ multipliziert werden, damit man das Quadrat von $22\frac{2}{5}$ durch das Quadrat von $3\frac{1}{5}$ dividiert erhält?

Lösung.

I. Der Quotient $1\frac{5}{6} : 3\frac{1}{7}$ ist gleich $\frac{7}{12}$.
II. Der Quotient von $22\frac{2}{5} : 3\frac{1}{5} = 7$, und das Quadrat von 7 ist 49.
III. Die Zahl ist $49 : \frac{7}{12} = \mathbf{84}$.

4. Schwaben. 1895.

Wie heißt das vierte Glied einer arithmetischen Proportion, wenn das erste $4\frac{1}{4}$, das zweite $6\frac{1}{6}$ und das dritte $3\frac{1}{3}$ ist?

Lösung.

Das vierte Glied ist $6\frac{1}{6} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{1}{4} = 9\frac{1}{2} - 4\frac{1}{4} = \mathbf{5\frac{1}{4}}$.

2. Schwaben. 1895.

Das arithmetische Mittel zweier Zahlen ist $11\frac{1}{5}$. Die eine Zahl ist um $7\frac{1}{2}$ größer, als die andere. Wie heißen die beiden Zahlen?

Lösung.

Die kleinere Zahl ist die Hälfte von $22\frac{2}{5} - 7\frac{1}{2}$ $(= 14\frac{9}{10})$ d. i. $\mathbf{7\frac{9}{20}}$; die größere Zahl ist $7\frac{9}{20} + 7\frac{1}{2} = \mathbf{14\frac{19}{20}}$.

7. Oberpfalz. 1884.

Von welcher Zahl beträgt $\frac{1}{5}$ derselben ebensoviel unter 31 als $\frac{5}{6}$ über 31 beträgt?

Lösung.

Diese Art von Rechnungen sind arithmetische Proportionen. In der obigen ist jedes der beiden äußeren Glieder 31 und die beiden mittleren Glieder sind $\frac{1}{5}$ und $\frac{5}{6}$ der zu suchenden Zahl. Man rechnet daher mit Abkürzung so: $\frac{1}{5} + \frac{5}{6} = \frac{31}{30}$ der Zahl. Diese $\frac{31}{30}$ sind $2 \times 31 = 62$; somit ist $\frac{1}{30}$ der Zahl $= 2$, und die Zahl ist $2 \times 30 = \mathbf{60}$.

1. Niederbayern. 1895.

Die Hälfte einer Zahl beträgt ebensoviel unter 40 als $\frac{3}{4}$ derselben über 40 betragen. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ der Zahl betragen 2×40; folglich sind $\frac{1}{12}$ der Zahl gleich 80, oder $\frac{1}{8}$ der Zahl beträgt 8. Somit heißt die Zahl $8 \times 8 = \mathbf{64}$.

1. Oberpfalz. 1889.

Der vierte Teil einer Zahl beträgt ebensoviel unter 52, als $\frac{5}{6}$ derselben über 52 betragen. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{13}{12}$ der Zahl sind gleich 2×52; folglich ist $\frac{1}{12}$ der Zahl 8, und die Zahl ist **96**.

2. Mittelfranken. 1894.

Die Summe zweier Zahlen ist $2\frac{2}{7}$mal so groß als die kleinere Zahl. Die Differenz ist 12. Welche Zahlen sind es?

Lösung.

Da die Summe der beiden Zahlen $2\frac{2}{7}$mal so groß ist, wie die kleinere Zahl. so ist die größere allein $1\frac{2}{7}$mal so groß, wie die kleinere. Andererseits ist die größere Zahl so groß, wie die kleinere und 12 dazu. Somit ist das $1\frac{2}{7}$fache der kleineren Zahl gleich ihrer um 12 Einheiten erhöhten Größe, oder $\frac{2}{7}$ der kleineren Zahl sind 12; demnach ist die kleinere **42**, die größere **54**.

1. Mittelfranken. 1894.

Wird $\frac{1}{4}$ einer Zahl von 96 subtrahiert, so ist der Rest um 15 größer als $\frac{1}{5}$ der Zahl. Wie heißt sie?

Lösung.

Die Zahl 96 beträgt $\frac{1}{4}$ der gesuchten Zahl, dann $\frac{1}{5}$ derselben und 15. Demnach sind $\frac{9}{20}$ der gesuchten Zahl 81, und die Zahl ist **180**.

5. Unterfranken. 1883.

Wenn man eine gewisse Zahl verdoppelt, so erhält man um 48 mehr, als wenn man sie halbiert. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

Das Doppelte der Zahl ist so groß wie ihre Hälfte und 48, somit ist das $1\frac{1}{2}$fache gleich 48 und die Zahl selbst $48 \times \frac{2}{3} = 16 \times 2 = \mathbf{32}$.

1. Mittelfranken. 1885.

Wenn ich eine gewisse Zahl verdopple, erhalte ich $11\frac{5}{8}$ mehr, als wenn ich sie halbiere. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

Die doppelte Zahl ist gleich der Hälfte der Zahl und $11\frac{5}{8}$. Somit ist der Unterschied zwischen dem Doppelten und der Hälfte der Zahl $11\frac{5}{8}$, oder das $\frac{3}{4}$fache ist $\frac{93}{8}$, die Hälfte ist $\frac{31}{8}$ und die Zahl $\frac{31}{4} = \mathbf{7\frac{3}{4}}$.

2. Niederbayern. 1894.

Nimmt man von einer Zahl den 4. Teil und (dazu) 4, oder vom Reste den 4. Teil und 8, so hat man in beiden Fällen gleichviel. Wie heißt die zu suchende Zahl?

Lösung?

Die Aufgabe heißt mit anderen Worten: Der um 4 Einheiten vergrößerte 4. Teil einer Zahl und der um 8 Einheiten vergrößerte Teil des Restes, welcher nach der Subtraktion des um 4 Einheiten vergrößerten 4. Teiles von der ursprünglichen Zahl übrig bleibt, sind gleich groß.

Werden von der Zahl $\frac{1}{4}$ derselben und noch 4 Einheiten abgezogen, so ist der Rest $\frac{1}{4}$ der Zahl weniger 4. Der 4. Teil des Restes beträgt $\frac{3}{16}$ der Zahl weniger 1. Zählt man hiezu 8, so erhält man $\frac{3}{16}$ der Zahl und dazu 7. Nach der Angabe sind $\frac{1}{4}$ der Zahl und dazu 4 so groß wie $\frac{3}{16}$ der Zahl und 7. Somit beträgt der Unterschied von $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{16}$ der Zahl $7 - 4 = 3$; folglich ist $\frac{1}{16}$ der Zahl 3, und die zu suchende Zahl heißt **48**.

8. Niederbayern. 1890.

Es ist einerlei, ob ich eine Zahl 3mal nehme oder ihr $2\frac{2}{3}$ zulege. Wie heißt sie?

Lösung.

3mal nehmen heißt das 2fache ihrer Größe zulegen. Da also das 2fache der Zahl $2\frac{2}{3}$ ist, so heißt die Zahl $1\frac{1}{3}$.

1. Oberbayern. 1885.

Welche Zahl gibt Gleiches, wenn man sie mit $\frac{3}{4}$ multipliziert oder um 15 vermindert?

Lösung.

Eine Zahl mit $\frac{3}{4}$ multiplizieren ist gleich bedeutend mit der Verminderung um den 4. Teil. Somit ist $\frac{1}{4}$ der Zahl 15, und die Zahl ist **60**.

4. Unterfranken. 1888.

Welche Zahl muß man mit 5 multiplizieren, damit man eine um 5 größere Zahl erhält?

Lösung.

Das 4fache der Zahl ist 5, somit die Zahl $1\frac{1}{4}$.

8. Schwaben. 1887.

Wenn man einen Bruch mit 16 multipliziert oder zu ihm $11\frac{1}{4}$ addiert, so ist das Produkt ebenso groß, wie die Summe. Welcher Bruch ist es?

Lösung.

Der 15fache Wert des Bruches ist $11\frac{1}{4} = \frac{45}{4}$; somit ist der Bruch $\frac{45}{4} : 15 = \mathbf{\frac{3}{4}}$.

4. Niederbayern. 1893.

Teilt man eine Zahl durch $9\frac{3}{5}$, so ist der Quotient um 86 kleiner als die Zahl; welches ist sie?

1. Lösung

Eine Zahl wird durch $9\frac{3}{5}$ dividiert, indem man sie mit $\frac{5}{48}$ multipliziert, oder sie um $\frac{43}{48}$ ihres Wertes verkleinert. Somit sind $\frac{43}{48}$ der Zahl 86, oder $\frac{1}{48}$ derselben ist 2. Die Zahl ist daher **96**.

2. Lösung.

Die Zahl weniger $\frac{5}{48}$ derselben beträgt 86; somit sind $\frac{43}{48}$ der Zahl 86, oder $\frac{1}{48}$ der Zahl beträgt 2. Folglich heißt die Zahl **96**.

2. Schwaben. 1893.

Wird eine Zahl durch $2\frac{1}{2}$ dividiert, so beträgt die Verminderung (Differenz zwischen Dividend und Quotient) $22\frac{1}{2}$. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

Die Zahl ist das $2\frac{1}{2}$fache von $22\frac{1}{2}$, geteilt durch $1\frac{1}{2}$. Nun ist $22\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = 15$ und $15 \times 2\frac{1}{2} = \mathbf{37\frac{1}{2}}$.

1. Schwaben 1894.

Das geometrische Mittel zweier Brüche beträgt $\frac{8}{9}$. Wie heißt der größere Bruch, wenn der kleinere $\frac{16}{27}$ beträgt?

Lösung.

$\frac{16}{27}$ des größeren Bruches sind $= \frac{64}{81}$, folglich heißt der größere Bruch $\frac{64 \times 27}{81 \times 16} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; denn $\frac{16}{27} : \frac{4}{3} : \frac{4}{9}$.

2. Oberbayern. 1885.

Das 8fache einer Zahl verhält sich zu $4\frac{4}{5}$ wie 4 : 3, welches ist die Zahl?

Lösung.

Da das 8fache zu $4\frac{4}{5}$ wie 4 : 3 sich verhält, so verhält sich das 2fache zu $4\frac{4}{5}$ wie 1 : 3 und das Einfache der Zahl zu $4\frac{4}{5}$ wie 1 : 6. Somit ist die Zahl $\frac{1}{6}$ von $4\frac{4}{5}$ d. h. sie ist $\mathbf{\frac{4}{5}}$.

4. Schwaben. 1886.

Man suche die Zahl, deren Zehntel sich zu $2\frac{2}{3}$ wie 1 : 6 verhält.

Lösung.

Es sind $\frac{6}{10}$ der Zahl $= 2\frac{2}{3}$ oder $\frac{8}{3}$; somit ist $\frac{1}{10}$ der Zahl $= \frac{4}{9}$, und die Zahl ist $\frac{40}{9} = \mathbf{4\frac{4}{9}}$.

2. Unterfranken. 1881.

Die Summe zweier Zahlen ist 55, ihr Quotient $\frac{8}{3}$. Welche Zahlen sind es?

Lösung.

Die Lösung beruht auf der Lösung der Gleichungen:

I. $x + y = 55$

II. $x : y = 3 : 8$

II. $(x + y) : (3 + 8) = x : 3 = y : 8$

$55 : 11 = x : 3 = y : 8$

Es ist daher die eine Zahl $\frac{5}{11} \times 3 = \mathbf{15}$, die andere Zahl $\frac{5}{11} \times 8 = \mathbf{40}$

oder

von je 11 Teilen treffen auf die eine Zahl 3, auf die andere 8 Teile; somit treffen von 55 auf die eine Zahl $55 \times \frac{3}{11} = \mathbf{15}$, auf die andere $55 \times \frac{8}{11} = \mathbf{40}$.

3. Oberpfalz. 1889.

Die Summe zweier Zahlen ist 99. Dividiert man die größere Zahl durch die kleinere, so erhält man 8 als Quotienten und 9 als Rest. Wie heißen die Zahlen?

Lösung.

Zieht man 9 von 99 ab, so muß der Rest 90 so geteilt werden, daß sich die Teile wie 1 : 8 verhalten. Es ist daher die kleinere Zahl **10**, die größere $80 + 9 = \mathbf{89}$.

7. Schwaben. 1881.

Man soll 56 so in 2 Teile teilen, daß der Quotient $\frac{3}{4}$ beträgt, wenn man die kleinere Zahl durch die größere dividiert. Wie heißen die Teile?

Lösung.

$56 \times \frac{3}{7} = \mathbf{24}$ und $56 \times \frac{4}{7} = \mathbf{32}$.

4. Oberpfalz. 1894.

Teilt man eine Zahl durch $6\frac{2}{3}$, so ist der Quotient um 51 kleiner als die Zahl. Wie heißt diese Zahl?

Lösung.

Das $\frac{15}{10}$fache der Zahl beträgt 51; somit ist die Zahl $\frac{10}{15} \times 51 = \mathbf{60}$.

3. Schwaben. 1888.

Es soll 225 so in 2 Zahlen zerlegt werden, daß die eine um das 3fache von $7\frac{2}{3}$ kleiner ist als die andere. Wie heißen die beiden Zahlen?

Lösung.

Das 3fache von $7\frac{2}{3}$ ist 23. Wäre die größere Zahl um 23 kleiner, so waren beide zusammen 202 und jede so groß wie die kleinere. Also ist die kleinere Zahl **101**, die größere **124**.

10. Unterfranken. 1895.

Die Zahl 40 soll so in zwei Teile gelegt werden, daß, wenn man die erste mit 3, die zweite mit 2 multipliziert, die Produkte gleich groß werden.

Lösung.

Wenn das 3fache der einen Zahl gleich ist dem 2fachen der anderen, so verhalten sich die Zahlen wie 2 : 3; demnach ist die eine Zahl $40 \times \frac{2}{5} = \mathbf{16}$, die andere **24**.

2. Schwaben. 1886.

Die Zahl 63 soll so in 2 Teile geteilt werden, daß der Quotient, der erhalten wird, wenn man die kleinere durch die größere dividiert, $\frac{3}{4}$ ist.

Lösung.

Das Verhältnis der kleineren Zahl zur größeren ist 3 : 4, folglich ist die kleinere Zahl $63 \times \frac{3}{7} = \mathbf{27}$, die größere **36**.

5. Oberpfalz. 1883.

Die Differenz zweier Zahlen ist 135; die größere ist das $1\frac{3}{5}$fache der kleineren; wie heißen diese Zahlen?

Lösung.

Zieht man von dem $1\frac{3}{5}$fachen einer Zahl diese Zahl ab, so bleibt ihr $\frac{3}{5}$faches, das im obigen Falle 135 ist. Die kleinere Zahl ist daher $135 \times \frac{5}{3} = \mathbf{225}$, die größere $225 \times \frac{8}{5} = \mathbf{360}$.

1. Schwaben. 1895.

Die Differenz zweier Zahlen ist 33; dividiert man die größere durch die kleinere, so ergibt sich $5\frac{5}{7}$ als Quotient. Wie heißen die beiden Zahlen?

Lösung.

Da die größere Zahl $5\frac{5}{7}$mal so groß ist, wie die kleinere, so beträgt der Unterschied $4\frac{5}{7}$mal die kleinere Zahl. Dieser Unterschied ist 33; somit ist die kleinere Zahl $33 : 4\frac{5}{7} = \mathbf{7}$, die größere Zahl **40**.

14. Unterfranken. 1881.

Addiert man 5 zum Zähler eines Bruches, so erhält man $\frac{4}{5}$, addiert man 6 zum Nenner, so erhält man $\frac{1}{3}$. Welcher Bruch ist es?

Lösung.

Die Berechnung des Bruches geschieht durch die Lösung der Gleichungen

$$\frac{x+5}{y} = \frac{4}{5} \text{ und } \frac{x}{y+6} = \frac{1}{3}$$

1. Der um 5 vergrößerte Zähler ist $\frac{4}{5}$ des Nenners; also ist der Zähler $\frac{4}{5}$ des Nenners weniger 5.
2. Der Zähler ist auch $\frac{1}{3}$ von dem um 6 vergrößerten Nenner oder $\frac{1}{3}$ des Nenners und 2.
3. Da derselbe Zähler $\frac{4}{5}$ des Nenners weniger 5 und $\frac{1}{3}$ des Nenners plus 2 ist, so beträgt der Unterschied von $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$ des Nenners 7. Demnach ist der Nenner 15.
4. Der Zähler ist $\frac{1}{3}$ von $15 + 2 = 7$.
5. Der Bruch heißt $\mathbf{\frac{7}{15}}$.

3. Oberpfalz. 1887.

Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 3. Legt man zur ersten 12 hinzu und nimmt von der zweiten 12 weg, so verhalten sie sich wie 11 : 9. Wie heißen die beiden Zahlen?

Lösung.

Die kleinere Zahl ist $\frac{2}{3}$ der größeren. Legt man zu diesen $\frac{2}{3}$ der größeren 12 hinzu und nimmt von der größeren 12 weg, so ist das 11fache dieser Differenz d. h. das 11fache der größeren weniger 132 gleich der 9fachen Summe von $\frac{2}{3}$ der größeren Zahl und 12 d. i. das 6fache der größeren Zahl und 108. Es ist also das 11fache weniger 132 gleich dem 6fachen und 108 dazu. Demnach ist das 5fache 240, und die größere Zahl **48**, die kleinere **32**.

3. Oberfranken. 1887.

Zwei Zahlen verhielten sich wie 2 zu 3. Als man aber von der kleineren 20 abzog und zu der größeren 80 hinzulegte, verhielten sie sich wie 2 : 5. Welches waren die ursprünglichen Zahlen?

Lösung.

Die kleinere Zahl war $\frac{2}{3}$ der größeren. Werden diese $\frac{2}{3}$ der größeren Zahl um 20 verkleinert, so ist das 5fache dieser Differenz d. i. $\frac{10}{15}$ der größeren Zahl weniger 100 gleich dem 2fachen der um 80 vergrößerten größeren Zahl. Somit sind $\frac{10}{15}$ der größeren Zahl weniger 100 gleich der doppelten größeren Zahl und 160 dazu. Der Unterschied der $\frac{10}{15}$ und 2fachen größeren Zahl d. i. das $\frac{4}{15}$fache ist 260; also ist die größere Zahl **195**, die kleinere **130**.

1. Niederbayern. 1893.

Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 3; zu jeder Zahl $\frac{1}{2}$ addiert, ergibt das Verhältnis der Summen wie 5 : 7; welches sind die Zahlen?

Lösung.

(Nach I. Teil Seite 12 Anmerkung.)

IV. Die Differenz der beiden Zahlen ist die Hälfte der kleineren Zahl.

VI. Dieselbe Differenz ist auch $\frac{2}{3}$ der kleineren Zahl nebst $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$. Somit ist die Hälfte der kleineren Zahl weniger $\frac{2}{3}$ derselben gleich $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{6}$ der kleineren Zahl ist $\frac{1}{2}$, daher die kleinere Zahl **2**. Die größere Zahl ist **3**

4. Schwaben. 1885.

Vergrößert man das Doppelte einer Zahl um 64, so erhält man das 6fache. Welche Zahl ist es?

Lösung.

Das 4fache der Zahl ist 64, somit ist die Zahl **16**.

3. Niederbayern. 1895.

Nimmt man von einer Zahl den 3. Teil weniger 8 und vom Reste den 4. Teil weniger 4, und nimmt dann noch von dem letzten Rest 15 weg, so bleiben $\frac{4}{9}$ der anfänglichen Zahl; wie heißt sie?

Lösung.

Wird $\frac{1}{3}$ der Zahl weniger 8 weggenommen, so bleiben $\frac{2}{3}$ der Zahl und 8. Würde von $\frac{2}{3}$ der Zahl und 8 der vierte Teil d. i. $\frac{1}{6}$ der Zahl und 2 weggenommen, so würde die Hälfte der Zahl und 6 bleiben. Da aber um 4 weniger weggenommen werden, so bleibt die Häfte der Zahl und 10. Hievon 15 ab, gibt die Hälfte der Zahl weniger 5. Da dieser Rest $\frac{4}{9}$ der anfänglichen Zahl ausmacht, so ist der Unterschied von der Hälfte und $\frac{4}{9}$ der Zahl d. i. $\frac{1}{18}$ der Zahl 5. Die Zahl ist **90**.

3. Unterfranken. 1893.

Nimmt man von einer gewissen Zahl $\frac{2}{5}$ derselben und 80 hinweg, so gibt der Rest 4 mehr als $\frac{4}{9}$ der Zahl. Wie heißt die Zahl?

Lösung.

Der Rest der Zahl ist $\frac{3}{5}$ derselben weniger 80 oder $\frac{4}{9}$ derselben und 4. Der Unterschied von $\frac{3}{5} - \frac{4}{9} = \frac{7}{45}$ der Zahl ist 84; somit ist die Zahl $12 \times 45 = \mathbf{540}$.

1. Unterfranken. 1885.

Wenn man von dem 5. Teil einer Zahl deren neunten Teil abzieht, so bleiben 4. Welche Zahl ist es?

Lösung.

$\frac{1}{5} - \frac{1}{9} = \frac{4}{45}$ der Zahl ist 4, folglich $\frac{1}{45} = 1$ und die ganze Zahl **45**.

1. Niederbayern. 1886.

Wird eine Zahl mit $8\frac{1}{4}$ dividiert, so wird sie um das $1\frac{1}{2}$fache von 580 kleiner; welche Zahl ist das?

Lösung.

Der Unterschied zwischen der Zahl und ihrem $8\frac{1}{4}$ten Teil ist $580 \times \frac{3}{2} = 870$. Der Unterschied zwischen der Zahl und ihrem $8\frac{1}{4}$ten Teil ist der $\frac{3}{33}$ste Teil der Zahl. Dieser Unterschied ist also 870; folglich ist $\frac{1}{33}$ der Zahl 30, und die Zahl ist **990**.

9. Oberpfalz. 1895.

Von zwei Zahlen ist das 4fache des Unterschiedes gleich dem 10fachen der kleineren Zahl. Wie verhalten sich die beiden Zahlen?

Lösung.

Das 4fache der größeren Zahl beträgt das 14fache der kleineren, also ist das Verhältnis $14 : 4 = \mathbf{7 : 2}$.

5. Niederbayern. 1885.

Von welcher Zahl ist die Hälfte weniger 40 gleich der Hälfte des Restes weniger 30?

Lösung.

Wird eine Zahl um die Hälfte weniger 40 verringert, so bleibt als Rest die Hälfte und 40 dazu. Die Hälfte hievon ist $\frac{1}{4}$ der Zahl und 20 dazu. Wird diese Hälfte um 30 verkleinert, so bleiben $\frac{1}{4}$ der Zahl weniger 10. Nun ist die Hälfte der Zahl weniger 40 gleich dem Viertel der Zahl weniger 10, und daher $\frac{1}{4}$ der Zahl gleich 30. Somit heißt die Zahl **120**.

2. Oberpfalz. 1889.

Zieht man vom Drittel einer Zahl $\frac{1}{3}$ und (dann) von der Hälfte des Restes $\frac{1}{2}$ ab, so bleibt $\frac{1}{12}$ der Zahl; wie heißt diese?

Lösung.

Zieht man vom Drittel der Zahl $\frac{1}{3}$ ab, so ist die Hälfte dieses Restes $\frac{1}{6}$ der Zahl weniger $\frac{1}{6}$. Nimmt man hievon $\frac{1}{6}$ weg, so bleibt $\frac{1}{6}$ der Zahl weniger $\frac{2}{6}$. Da nun $\frac{1}{6}$ der Zahl weniger $\frac{2}{6}$ gleich ist $\frac{1}{12}$ der Zahl, so ist $\frac{1}{12}$ derselben gleich $\frac{2}{6}$, und die Zahl heißt **8**.

3. Schwaben. 1891.

Die Differenz zweier Zahlen ist 13. Addiert man zum 5fachen der größeren das 3fache der kleineren, so erhält man 153. Wie heißen diese Zahlen?

Lösung.

Die größere Zahl ist so groß wie die kleinere und 13. Das 5fache der größeren Zahl ist gleich der 5fachen kleineren und 65. Also ist das 5fache der kleineren, das 3fache der kleinerén und 65 gleich 153, somit das 8fache der kleineren 88. Hieraus ergibt sich als kleinere Zahl **11**; die größere ist **24**.

5. Unterfranken. 1882.

Die Summe zweier Zahlen beträgt 120 und die Differenz 32; wie heißen sie?

Lösung.

Aus der Lösung der Gleichungen $x + y = m$ und $x - y = n$ ergibt sich, daß $x = \frac{m+n}{2}$. Hieraus folgt als Regel, daß die eine der zu suchenden Zahlen die Hälfte derjenigen Zahl ist, die man durch Addition der gegebenen Summe und Differenz erhält.

Die eine Zahl ist $\frac{120+32}{2} = \mathbf{76}$,

die andere ist $120 - 76 = \mathbf{44}$.

2. Schwaben. 1890.

Die Summe zweier Zahlen ist 48, ihre Differenz 10. Wie groß ist jede?

Lösung.

Die erste ist $\frac{48+10}{2} = \mathbf{29}$, die zweite $\frac{48-10}{2} = \mathbf{19}$.

4. Unterfranken. 1895.

Die Differenz zweier Quadrate ist 95; die Summe der Zahlen selbst ist 19; wie groß sind die Zahlen selbst?

Lösung.

Da $x^2 - y^2 = (x + y)\ (x - y)$ ist, so ist der 19fache Unterschied der beiden Zahlen 95, daher der Unterschied 5. Die größere Zahl ist $\frac{19+5}{2} = \mathbf{12}$, die kleinere **7**.

8. Oberpfalz. 1894.

Die Summe zweier Zahlen ist gleich 26, die Differenz ihrer Quadrate gleich 104. Wie heißen die zwei Zahlen?

Lösung.

I. Die Differenz der beiden Zahlen ist $\frac{104}{26} = 4$.
II. Da die Summe derselben 26 ist, so ist
III. die größere Zahl **15**, die kleinere **11**.

9. Oberpfalz. 1893.

Zwei Zahlen geben das Produkt 324. Ihr Unterschied macht $\frac{5}{13}$ ihrer Summe aus. Wie heißen diese Zahlen?

Lösung.

I. Wenn der 13fache Unterschied so groß ist wie die 5fache Summe, so ist das 8fache der größeren Zahl gleich dem 18fachen der kleineren; somit verhalten sich die Zahlen wie 18 : 8 oder 9 : 4.

II. Die größere Zahl ist $\sqrt{\frac{324 \times 9}{4}} = \sqrt{81 \times 9} = \mathbf{27}$, die kleinere $27 \times \frac{4}{9} = \mathbf{12}$.

6. Oberpfalz. 1887.

Drei Zahlen heißen 5, 15 und 20. Wie oftmal muß man jeder 10 zulegen, damit man 1000 erhält? (Die Anzahl der Zehner ist für jede Zahl die nämliche.)

Lösung.

Da $5 + 15 + 20 = 40$ ist, so muß man 960 oder 96×10 im ganzen, somit zu jeder Zahl **32mal** 10 hinzulegen, um 1000 zu erhalten.

3. Mittelfranken. 1889.

Multipliziert man zwei Zahlen miteinander, so erhält man 480; dividiert man die erste durch die zweite, so erhält man als Quotient $3\frac{1}{2}$. Wie heißen beide Zahlen?

Lösung.

Die erste Zahl ist $3\frac{1}{2}$mal so groß wie die zweite. Multipliziert man die $3\frac{1}{2}$fache zweite mit sich selbst, so erhält man das $3\frac{1}{2}$fache Quadrat der zweiten Zahl. Dieses Quadrat ist daher $480 : \frac{10}{3} = 48 \times 3 = 16 \times 9$. Die kleinere Zahl ist somit **12**, und demnach die größere **40**.

7. Oberpfalz. 1893.

Das Produkt zweier Zahlen ist 980. Wird die erste Zahl durch die zweite dividiert, so erhält man als Quotienten $1\frac{1}{4}$. Wie heißen die Zahlen?

Lösung.

$980 \times 1\frac{1}{4} = 245 \times 5 = 49 \times 25$ ist das Quadrat der ersten Zahl, somit heißt die erste Zahl $7 \times 5 = \mathbf{35}$. Die zweite Zahl ist $\frac{980}{7 \times 5} = \frac{140}{5} = \mathbf{28}$.

10. Oberpfalz. 1891.

Zwei Zahlen verhalten sich wie 7 : 10, ihr Produkt ist 4480. Welches sind die Zahlen?

Lösung.

Das 70fache Quadrat der Zahl, mit der 7 und 10 vermehrt werden müssen, ist 4480. Mithin ist das Quadrat dieses Faktors 64. Die Zahlen sind daher $7 \times 8 = \mathbf{56}$ und $10 \times 8 = \mathbf{80}$.

6. Oberpfalz. 1885.

Multipliziert man die Hälfte einer Zahl mit ihrem Zehntel, so erhält man 125; welche Zahl ist gemeint?

Lösung.

Man achte darauf, ob es heißt: Multipliziert man die Hälfte einer Zahl mit ihrem Zehntel, oder multipliziert man die Hälfte einer Zahl mit einem Zehntel.

In obiger Aufgabe ist $\frac{1}{20}$ des Quadrates der Zahl 125; demnach ist das Quadrat der Zahl 2500, und die Zahl ist **50**.

Würde es geheißen haben, daß die Hälfte der Zahl mit $\frac{1}{10}$ multipliziert 125 gibt, so wäre die Zahl 2500.

6. Oberpfalz. 1886.

Multipliziert man $\frac{1}{3}$ einer Zahl mit $\frac{1}{5}$ derselben, so erhält man 240. Welche Zahl ist gemeint?

Lösung.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ des Quadrates der gesuchten Zahl ist 240. Mithin die das Quadrat der Zahl $16 \times 15 \times 15$, und die Zahl ist **60**.

3. Schwaben. 1887.

Wenn man $\frac{1}{3}$ einer Zahl mit einem Neuntel multipliziert und das Produkt mit einem Sechstel multipliziert, dann erhält man $4\frac{1}{2}$. Welche Zahl ist es?

Lösung.

$\frac{1}{3}$ einer Zahl mit $\frac{1}{9}$ und dann mit $\frac{1}{6}$ multipliziert ist $\frac{1}{162}$ der Zahl. Da dieses $\frac{9}{2}$ ist, so ist die Zahl $\frac{1}{2} \times 162 = 9 \times 81 = \mathbf{729}$.

10. Unterfranken. 1893.

Eine Zahl zu finden, deren 4. und 5. Teil mit einander multipliziert ein Produkt gibt, dessen achter Teil 10 ist!

Lösung.

Das Produkt von $\frac{1}{4}$ mit $\frac{1}{5}$ der Zahl ist 80, folglich ist das Quadrat der Zahl 80×20, und die Zahl ist $\sqrt{1600} = \mathbf{40}$.

3. Mittelfranken. 1890.

Multipliziert man die Hälfte und den dritten Teil einer Zahl mit einander, dividiert das erhaltene Produkt durch 8 und multipliziert den entstandenen Quotienten mit 15, so erhält man 180. Welches ist die Zahl?

Lösung.

Werden die Hälfte und $\frac{1}{3}$ einer Zahl mit einander vermehrt, so erhält man $\frac{1}{6}$ des Quadrates der Zahl. Dividiert man $\frac{1}{6}$ mit 8 und multipliziert den Quotienten mit 15, so erhält man $\frac{15}{48}$ des Quadrates. Diese $\frac{15}{48}$ sind 180. Also ist das Quadrat der Zahl 16×36, und die Zahl ist **24**.

B. Rechnungen mit benannten Zahlen.

I. Vermischte Gleichungen und Vergleichungen benannter Grössen.

3. Mittelfranken. 1895.

Jemand besitzt 700 ℳ und soll drei Schuldposten decken. Berichtigt er Posten No. 1 und 2, so behält er 60 ℳ übrig; bezahlt er Posten 2 und 3, dann verbleiben ihm 10 ℳ; will er Posten No. 1 und 3 decken, dann fehlen ihm 70 ℳ. Wie groß war jeder Schuldposten?

Lösung.

Es betragen: Posten No. 1 und No. 2 zusammen 640 ℳ
„ No. 1 und No. 3 „ 770 ℳ
„ No. 2 und No. 3 „ 690 ℳ

Daher betragen Posten No. 1, No. 2 und No. 3 zusammen $\frac{2100}{2} = 1050$ ℳ.
Demnach ist No. 1 gleich **360** ℳ, No. 2 beträgt **280** ℳ und der 3. Posten **410** ℳ.

7. Mittelfranken. 1885.

Jemand gibt $\frac{5}{8}$ seiner Barschaft und 10 ℳ. Wenn er zum Reste $\frac{1}{7}$ seiner ursprünglichen Barschaft legt, so hat er 48 ℳ. Wie viel betrug letztere?

Lösung.

Nach der Abgabe von $\frac{3}{8}$ der Barschaft und 10 ℳ verbleiben $\frac{5}{8}$ der Barschaft weniger 10 ℳ. Wird $\frac{1}{4}$ der Barschaft zugelegt, so ist die Summe $\frac{7}{8}$ der Barschaft weniger 10 ℳ. Diese Summe beträgt 48 ℳ, also sind $\frac{7}{8}$ der Barschaft 58 ℳ, oder $\frac{1}{8}$ der Barschaft 2 ℳ, und diese ist **112** ℳ.

2. Mittelfranken. 1885.

A gibt $\frac{5}{12}$ seines Geldes und B $\frac{5}{8}$ des seinigen an C ab. Wie groß ist die Barschaft eines jeden, wenn A zweimal so viel als B an C abgab und C im ganzen 120 ℳ erhielt?

Lösung.

A hat $120 \times \frac{5}{12} = 80$ ℳ, B 40 ℳ abgegeben. 80 ℳ des A waren $\frac{5}{12}$ seiner Barschaft, welche somit $80 \times \frac{12}{5} = \mathbf{192}$ ℳ betrug. $\frac{5}{8}$ der Barschaft des B sind 40 ℳ, daher dessen Barschaft $40 \times \frac{8}{5} = \mathbf{64}$ ℳ.

5. Schwaben. 1894.

Ein Landmann verkaufte $\frac{4}{7}$ seines Getreidevorrates weniger 45 hl und behielt noch 423 hl. Wie groß war der anfängliche Vorrat?

Lösung.

Der Rest war einerseits $\frac{3}{7}$ des Vorrates und 45 hl, andererseits 423 hl. Demnach waren $\frac{1}{7}$ des Vorrates $423 - 40 - 5 = 383 - 5 = 378$ hl, $\frac{1}{7}$ des Vorrates $= 126$, somit der Vorrat **882 hl.**

3. Oberbayern. 1885.

Man hat zwei Sorten Wein: 30 Liter einer besseren und 20 Liter einer schlechteren; 5 Liter der schlechteren kosten so viel wie 4 Liter der besseren. Was kostet das Liter jeder Sorte, wenn der Wein im ganzen 115 ℳ kostet?

Lösung.

Angenommen, 1 Liter der besseren Sorte koste 5 ℳ, der schlechteren Sorte 4 ℳ, so würde der Wein im ganzen 230 ℳ kosten. Er kostet aber nur die Hälfte, also kostet auch jedes Liter nur die Hälfte, d. h. 1 Liter der besseren Sorte kostet **2,50** ℳ, der schlechteren Sorte **2** ℳ.

5. Oberbayern. 1885.

Ein Pferd und eine Kuh werden um 660 ℳ verkauft. Würde das Pferd um 180 ℳ weniger, die Kuh um 60 ℳ mehr kosten, so wäre das Pferd noch um 100 ℳ teuerer als die Kuh; was kostet das Pferd und was die Kuh?

Lösung.

Würde die Kuh um 180 ℳ + 60 ℳ + 100 ℳ mehr wert sein, so würden Kuh und Pferd gleich viel und zusammen 1000 ℳ kosten. Es kostet daher das Pferd **500** ℳ, die Kuh **160** ℳ.

1. Oberfranken. 1893.

Jemand gibt für 100 m einer Sorte Zeug 60 Goldstücke von gleichem Werte und 150 ℳ. Für 60 m zu demselben Preise gibt er 40 Goldstücke derselben Art und 50 ℳ. Wie teuer war 1 m, und was für Goldstücke besaß er?

Lösung.

A. Da 60 m 40 Goldstücke und 50 ℳ kosten, so kosten 90 m 60 Goldstücke und 75 ℳ. Weil aber für 60 Goldstücke und 150 ℳ 100 m, also um 10 m mehr erhalten werden, so kosten 10 m 75 ℳ oder 1 m **7,50 ℳ**.

B. 100 m kosten 60 Goldstücke und 150 ℳ, welche so viel ausmachen wie 750 ℳ. Somit sind 60 Goldstücke 600 ℳ wert oder 1 Goldstück **10 ℳ**.

1. Unterfranken. 1888.

Es kosten 12 Eier ebensoviel über 50 Pfennige als 8 darunter kosten; was kostet 1 Ei?

Lösung.

$12 + 8 = 20$ Eier kosten 100 ₰; also kostet 1 Ei **5** ₰ $(50 - 8x = 12x - 50)$.

7. Oberpfalz. 1885.

Es kosten 8 m Tuch ebensoviel unter 65 ℳ, wie 5 m über 65 ℳ. Wie teuer ist das Meter?

Lösung.

Es kosten 13 m 2×65 ℳ, also 1 m **10** ℳ $(65 - 5x = 8x - 65)$.

5. Oberpfalz. 1886.

Wie teuer ist das Meter, wenn 10 m ebensoviel über 82 ℳ, wie 6 m unter 82 ℳ kosten?

Lösung.

16 m kosten 2×82 ℳ, also 1 m $\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$ ℳ $(82 - 6x = 10x - 82)$.

9. Schwaben. 1891.

A verkauft 7 m Tuch und B 3 m. A bekam so viel über 38 ℳ als B unter 38 ℳ erhält. Wie teuer ist 1 m?

Lösung.

Es wurden für 10 m 76 ℳ eingenommen, also für 1 m **7,6 ℳ**.

7. Unterfranken. 1887.

Ein Aufseher erhält eine Gehaltszulage, die $\frac{1}{3}$ seines früheren Gehaltes beträgt. Jetzt hat er ebensoviel über 350 ℳ, als ihm früher daran fehlte. Wie viel Gehalt hatte er anfangs, wie viel hat er jetzt?

Lösung.

Er hat jetzt $\frac{1}{4}$ seines früheren Gehaltes. Nun sind $1+\frac{1}{4}$ seines früheren Gehaltes $2 \times 350 = 700$ ℳ. Somit war der frühere Gehalt **300** ℳ, der jetzige ist **400** ℳ.

2. Mittelfranken. 1895.

Jemand erhält bei einer Zahlung 10 % Diskonto und bezahlt nun so viel unter 722 ℳ, als er ohne Diskonto über 722 ℳ hätte bezahlen müssen. Wie viel betrug die Schuldsumme?

Lösung.

Bei 10% Diskonto ist die Barzahlung $\frac{9}{10}$ der Schuldsumme. Es ist nun die $(\frac{9}{10}+1)$fache Schuldsumme 2×722. Daher ist die Schuldsumme $2 \times 722 \times \frac{10}{19}$ **= 760** ℳ.

5. Niederbayern. 1885.

Hätte jemand noch einmal so viel und $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ so viel Geldstücke als er hat, so hätte er ebensoviel über 50 ℳ, als ihm jetzt daran fehlen; wie viel hat er?

Lösung.

Die $4\frac{1}{6}$fache Barschaft ist 100, somit die Barschaft **24** ℳ [A hat x; hätte er noch einmal so viel, so hätte er $2x$; kommen dazu $(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})x$, so hätte er im ganzen $3\frac{1}{6}x$. Sodann wäre $50 - x = 3\frac{1}{6}x - 50$].

1. Niederbayern. 1885.

Hätte jemand noch $\frac{1}{4}$-, $\frac{1}{3}$- und $\frac{1}{2}$mal so viel, als er hat, so hätte er gerade ebensoviel über 70 ℳ, als ihm jetzt zu 78 ℳ fehlen; wie viel besitzt er?

Lösung.

Der Besitz, dann $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ desselben sind zusammen $\frac{13}{12}$ desselben. Diese $\frac{13}{12}$ und der wirkliche Besitz, d. i. $\frac{12}{12}$ desselben würden 148 ℳ betragen; also ist $\frac{1}{25}$ des Besitzes 4, und dieser ist **48** ℳ $(78 - x = \frac{13}{12}x - 70)$.

4. Niederbayern. 1889.

Jemand verkauft $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ seines Vorrates an Kartoffeln. Er hat jetzt noch so viel unter 21 hl als er ursprünglich über 21 hl hatte. Wie groß war der anfängliche Vorrat?

Lösung.

Nach dem Verkaufe von $\frac{5}{6}$ des Vorrates blieb noch $\frac{1}{6}$ übrig. Nun sind $\frac{1}{6}$ des Vorrates 42; also war der Vorrat **36 hl** $(21 - \frac{1}{6}x = x - 21)$.

5. Oberbayern. 1888.

Von einer Forderung erhält jemand auf Abschlag 6 ℳ mehr als den 7. Teil derselben und bekommt später noch den 5. Teil des Restes. Beide Abschlagszahlungen betragen zusammen 40 ℳ. Wie groß war die ganze Forderung?

Lösung.

Nach dem Empfange von $\frac{1}{7}$ der Forderung und 6 ℳ war der Rest $\frac{6}{7}$ der Forderung weniger 6 ℳ, und $\frac{1}{5}$ hievon waren $\frac{6}{35}$ der Forderung weniger $\frac{6}{5}$ ℳ. Der Gläubiger erhielt also $\frac{1}{7}$ und $\frac{6}{35}$ der Forderung, ferner 6 weniger $\frac{6}{5}$ ℳ, d. i. $\frac{1}{11}$ der Forderung und $4\frac{4}{5}$ ℳ. Da diese Summe 40 ℳ beträgt, so sind $\frac{1}{11}$ der Forderung $35\frac{1}{5}$ ℳ, oder $\frac{11}{22}$ der Forderung 176 ℳ. Somit war die Forderung **112 ℳ**.

2. Niederbayern. 1891.

Der Diener A erhält jährlich um 12 ℳ weniger als sein Genosse B in 11 Monaten. Sie beziehen zusammen 264 ℳ; wie viel erhält jeder von ihnen Jahreslohn?

Lösung.

B erhält 12 Monatsraten, A erhält 11 von gleicher Größe weniger 12 ℳ, demnach sind 23 Monatsraten des B weniger 12 ℳ gleich 264 ℳ; somit sind 23 Monatsraten des B 276 ℳ, 1 Monatsrate 12 ℳ. Also erhält B als Jahreslohn **144 ℳ** und A **120 ℳ**.

6. Unterfranken. 1885.

Jemand verwendet sein Einkommen wie folgt: $\frac{1}{4}$ für Kost, $\frac{1}{5}$ für Wohnung; vom Rest muß er $\frac{9}{10}$ für sonstige Bedürfnisse verwenden und 55 ℳ legt er zurück. Wie groß ist dieses Einkommen?

1. Lösung.

I. $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$ des Einkommens werden für Kost und Wohnung verwendet.

II. Für sonstige Bedürfnisse werden vom Reste, der $\frac{11}{20}$ beträgt, $\frac{11}{20}\times\frac{9}{10}=\frac{99}{200}$ des Einkommens verwendet.

III. Nun bleiben noch $\frac{110}{200}-\frac{99}{200}=\frac{11}{200}$ des Einkommens als Ersparnis.

IV. Da $\frac{11}{200}$ des Einkommens 55 ℳ sind, so ist $\frac{1}{200}$ des Einkommens 5 ℳ, somit das Einkommen **1000 ℳ**.

2. Lösung.

$\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{9}{20}=\frac{18}{20}$ des Einkommens und 55 ℳ waren so groß als das Einkommen. Hieraus folgt, daß $\frac{1}{20}$ des Einkommens 55 ℳ betrugen. Somit war das Einkommen $5\times 200=$ **1000 ℳ**.

3. Mittelfranken. 1891.

Jemand verkauft von einer Ware zuerst $\frac{2}{9}$, dann $\frac{4}{7}$, zuletzt $\frac{1}{6}$ derselben, so daß ihm noch 10 kg übrig bleiben. Wie viele kg besaß er?

Lösung.

Nach dem Verkauf von $\frac{2}{9}+\frac{4}{7}+\frac{1}{6}=\frac{28+72+21}{126}=\frac{121}{126}$ der Quantität der Ware bleiben ihm noch $\frac{5}{126}$ derselben übrig. Da dieser Bruch 10 kg betrug, so folgt, daß der Kaufmann **252 kg** besessen hat.

5. Schwaben. 1892.

Eine Händlerin verkauft zuerst von ihrem Vorrat an Eiern $\frac{1}{3}$, dann $\frac{3}{5}$mal so viel und dann den Rest mit $3\frac{1}{2}$ Schock. Wie groß war ihr Eiervorrat?

Lösung.

Nach dem Verkauf von $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ des Vorrates war der Rest $\frac{7}{15}$ des Vorrates. Da dieser Rest $\frac{7}{2}$ Schock betrug, so war der Vorrat $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ **Schock** (450 Stück).

4. Oberfranken. 1886.

Ein Landmann verkauft von seinem Korne zuerst $\frac{1}{3}$, von dem übrigen noch $\frac{1}{4}$ und von dem Reste abermals $\frac{1}{6}$. Die ihm noch verbleibenden 500 Scheffel verbraucht er für sich. Wie viele Scheffel hatte er anfangs?

1. Lösung.

Die verbliebenen 500 Scheffel sind $\frac{5}{6}$ des letzten Restes, so daß die vorher vorhandene Menge 600 Scheffel war. Diese waren ihrerseits der Rest von einem um $\frac{1}{4}$ verkleinerten Bestande, welcher vor der Verringerung 800 Scheffel war. Endlich sind diese 800 Scheffel $\frac{2}{3}$ der anfänglichen Menge, welche somit **1200 Scheffel** betragen hat.

2. Lösung.

Nach der Entnahme von $\frac{1}{3}$ blieben noch $\frac{2}{3}$ des anfänglichen Bestandes. Als hievon $\frac{1}{4}$ d. h. $\frac{1}{6}$ des ursprünglichen Bestandes weggenommen war, blieb noch die Hälfte der anfangs vorhandenen Menge übrig. Nachdem endlich auch hievon $\frac{1}{4}$ des Restes d. i. $\frac{1}{12}$ der anfänglichen Menge weggenommen war, blieben noch $\frac{5}{12}$ des ursprünglichen Betrages übrig. Da diese $\frac{5}{12}$ des letzteren 500 Scheffel sind, so ergibt sich als anfänglich vorhandene Menge **1200 Scheffel.**

3. Lösung.

$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$ des ursprünglichen Vorrates und 500 Scheffel bildeten den anfänglichen Vorrat. Hieraus ergibt sich, daß $\frac{5}{12}$ des Vorrates 500 Scheffel betrugen. Somit hatte der Landmann anfangs **1200 Scheffel.**

7. Oberpfalz. 1892.

A verkauft 8 hl weniger als $\frac{3}{5}$ seines Getreidevorrates. Später verkauft er 4 hl über die Hälfte des Restes und behält noch 40 hl übrig. Wie viele Hektoliter hatte er anfangs?

Lösung.

I. Nach dem Verkaufe von $\frac{2}{5}$ des Vorrates weniger 8 hl verblieben noch $\frac{3}{5}$ des Vorrates und 8 hl. Die Hälfte hievon ist $\frac{1}{5}$ des Vorrates und 4 hl.

II. Der zweite Verkauf betrug $\frac{1}{5}$ des Vorrates und 8 hl. Da vor dem zweiten Verkaufe $\frac{4}{5}$ des Vorrates und 8 hl vorhanden waren, so betrug zuletzt der Rest $\frac{1}{5}$ des ursprünglichen Vorrates.

III. Nun war $\frac{1}{5}$ des ursprünglichen Vorrates 40 hl. Somit hatte A anfänglich **200 hl.**

2. Oberfranken. 1886.

Jemand legt in eine Kasse $\frac{1}{4}$ des Geldes, das dieselbe bereits enthält, und noch 60 ℳ. Darauf nimmt er von dieser Summe $\frac{2}{5}$ weg und hat jetzt noch 336 ℳ. Wie viel befand sich anfangs in der Kasse?

1. Lösung.

Nach der Zugabe waren $\frac{4}{5}$ des anfänglichen Betrages und 60 ℳ in der Kasse. Hievon werden $\frac{4}{5}$ d. i. $\frac{1}{5}$ des anfänglichen Bestandes und 24 ℳ weggenommen, so daß noch $\frac{4}{5}$ des anfänglichen Betrages und 36 ℳ übrig blieben. Da dieser Rest im ganzen 336 ℳ ist, so sind $\frac{1}{5}$ des anfänglichen Kassebestandes (ohne 36 ℳ) 300 ℳ. Der letztere betrug somit **400** ℳ.

2. Lösung.

Nach der Entnahme von $\frac{3}{5}$ des vermehrten Kassebestandes waren noch 336 ℳ vorhanden. Da diese $\frac{3}{5}$ des Bestandes waren, so war $\frac{1}{5}$ desselben 112 ℳ, und der vermehrte Bestand war 560 ℳ. Zählt man hievon die hinzugelegten 60 ℳ ab, so bleiben für $\frac{4}{5}$ des anfänglichen Bestandes 500 ℳ. Somit war der ursprüngliche Kassebestand **400** ℳ.

1. Oberfranken. 1888.

Jemand gibt in 3 Monaten 724 ℳ aus und zwar so, daß er im zweiten Monate $\frac{7}{8}$ der Summe ausgibt, die er im ersten gebraucht hat, weniger 16 ℳ, und im dritten $\frac{5}{4}$ der Summe, die er im zweiten Monate bezahlt hat. Wie viel verbraucht er in jedem Monat?

Lösung.

Hätte er im zweiten Monate 16 ℳ mehr und im dritten Monate $16 \times \frac{5}{4} = 20$ ℳ mehr ausgegeben, so hätte die Ausgabe im ganzen 760 ℳ betragen. In den einzelnen Monaten wären dann die Ausgabe im ersten Monate, ferner $\frac{7}{8}$ dieser Ausgabe im zweiten Monate und $\frac{7}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{35}{32}$ derselben Ausgabe im dritten Monate bezahlt worden, somit im ganzen $\frac{32 + 28 + 35}{32} = \frac{95}{32}$. Demnach ist $\frac{1}{95}$ der Ausgabe im ersten Monat 8 ℳ und die erste Ausgabe **256** ℳ. Im zweiten Monat betrug die Ausgabe $32 \times 7 - 16 = 224$ ℳ $- 16$ ℳ $= \mathbf{208}$ ℳ; im dritten Monate **260** ℳ.

4. Schwaben. 1891.

Jemand gibt $\frac{2}{5}$ seines Geldes und noch 3,5 ℳ aus und behält dann noch $\frac{3}{4}$ desselben weniger 12,5 ℳ übrig. Wie viel Geld hatte er anfangs?

1. Lösung.

Nach der Ausgabe blieben $\frac{3}{5}$ der Barschaft weniger 3,5 ℳ übrig, und da diese gleich sind $\frac{3}{4}$ der Barschaft weniger 12,5 ℳ, so ist der Unterschied von $\frac{3}{4}$ und $\frac{3}{5}$ der Barschaft gleich $12{,}5 - 3.5$ ℳ. Somit sind $\frac{3}{20}$ der Barschaft 9 ℳ. Daher war die Barschaft **60** ℳ.

2. Lösung.

Die Ausgabe und der Rest sind zusammen die anfängliche Barschaft. Ausgabe und Rest sind $\frac{3}{20}$ der Barschaft weniger 9. Da nun $\frac{3}{20}$ der Barschaft weniger 9 die ursprüngliche Barschaft sind, so sind $\frac{3}{20}$ derselben 9 ℳ. Somit betrug die anfängliche Barschaft **60** ℳ.

5. Schwaben. 1893.

Nachdem A $\frac{3}{4}$ seines Geldes und $68\frac{3}{4}$ ℳ ausgegeben hatte, verblieb ihm noch $\frac{1}{5}$ seines Geldes. Wie viel besaß A anfangs?

1. Lösung.

Nachdem $\frac{3}{4}$ des Geldes und noch $68\frac{3}{4}$ ℳ ausgegeben waren, verblieb noch $\frac{1}{4}$ des Geldes weniger $68\frac{3}{4}$ ℳ. Da dieser Rest $\frac{1}{4}$ des Geldes war, so betrug der Unterschied von $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ des Geldes $68\frac{3}{4}$ ℳ. A besaß daher $68\frac{3}{4} \times 20 = \mathbf{1375}$ ℳ.

2. Lösung.

$\frac{3}{4}$ der ursprünglichen Summe, dann $\frac{1}{5}$ derselben und $68\frac{3}{4}$ ℳ bildeten die anfängliche Barschaft. $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ sind $\frac{19}{20}$ der ursprünglichen Summe; somit war $\frac{1}{20}$ derselben $68\frac{3}{4}$ ℳ. Diese betrug daher $68\frac{3}{4} \times 20 = \mathbf{1375}$ ℳ.

3. Oberpfalz. 1886.

Jemand nimmt von seinem Gelde die Hälfte und 10 ℳ, vom Reste wieder die Hälfte und 10 ℳ. Es bleibt ihm noch $\frac{1}{16}$ seiner ursprünglichen Summe. Wie viel Geld hatte er anfangs?

1. Lösung.

Nach der ersten Entnahme ist der Rest die Hälfte des Besitzes weniger 10 ℳ. Die Hälfte hievon ist $\frac{1}{4}$ des anfänglichen Besitzes weniger 5 ℳ. Nimmt man vom Reste nach der ersten Entnahme die letztere Summe weg, so bleibt $\frac{1}{4}$ des anfänglichen Besitzes weniger 5 ℳ. Werden nun noch weitere 10 ℳ weggenommen, so ist der Rest $\frac{1}{4}$ des anfänglichen Besitzes weniger 15 ℳ. Dieser Rest ist gleich $\frac{1}{16}$ des ursprünglichen Besitzes. Daher ist $\frac{3}{16}$ des ursprünglichen Besitzes 15 ℳ, und der letztere betrug **80** ℳ.

2. Lösung.

Die Hälfte des anfänglichen Besitzes und dazu 10 ℳ, dann $\frac{1}{4}$ des Besitzes und dazu 10—5 ℳ oder $\frac{1}{8}$ des anfänglichen Besitzes waren die Ausgaben. Somit waren $\frac{3}{4}$ des Besitzes nebst 15 ℳ so viel wie $\frac{1}{8}$ des Besitzes. Demnach machten 15 ℳ $\frac{3}{16}$ des anfänglichen Besitzes aus; also betrug dieser **80** ℳ.

1. Oberpfalz. 1887.

Jemand nimmt von seiner Geldsumme die Hälfte und 6 ℳ und vom Reste wieder die Hälfte und 6 ℳ. Es bleibt $\frac{1}{10}$ der Summe. Wie viel Geld hatte er anfangs?

Lösung.

$\frac{1}{2}$ der Summe und 6 ℳ, dann $\frac{1}{4}$ der Summe und 6—3 ℳ sind so viel wie $\frac{2}{10}$ der Summe. Demnach sind $\frac{1}{4}$ der Summe und 9 ℳ gleich $\frac{6}{10}$ der Summe. Hieraus ergibt sich, daß $\frac{3}{20}$ der Summe 9 ℳ waren, und daß die Summe aus $20 \times 3 = \mathbf{60}$ ℳ bestand.

5. Niederbayern. 1894.

Jemand mußte von seiner Barschaft $\frac{2}{5}$ derselben und 14 ℳ ausgeben, und als er den Rest zählte, fand sich noch die Hälfte derselben und 14 ℳ; wie hoch belief sich dieselbe?

1. Lösung.

$\frac{2}{5}$ der Barschaft und 14 ℳ sind gleich der Hälfte der Barschaft weniger 14 ℳ Somit ist der Unterschied von $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$ der Barschaft 28 ℳ; demnach die Barschaft **280** ℳ.

2. Lösung.

$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ der Barschaft und 28 ℳ bildeten den anfänglichen Besitz. Letzterer war somit $28 \times 10 = \mathbf{280}$ ℳ.

9. Unterfranken. 1894.

Nachdem ein Buchbinder von einer Anzahl gebundener Bücher den 8. Teil und 10 Stück, von dem Rest die Hälfte und 15 Stück verkauft hatte, blieben ihm noch 50 Exemplare. Wie viele Bücher hatte er anfangs?

1. Lösung.

I. Beim 2. Verkaufe waren noch vorhanden die Hälfte des Restes vom 1. Verkaufe und 65 Stück.

II. Die Hälfte des Restes vom 1. Verkaufe war 65 Exemplare; es blieben daher vom 1. Verkaufe 130 Stück übrig.

III. Da beim 1. Verkaufe $\frac{1}{8}$ des Vorrates und 10 Exemplare abgegeben worden sind, so betrugen $\frac{1}{8}$ des Vorrates $10 + 130 = 140$ Bücher.

IV. Der ganze Vorrat war $140 \times \frac{1}{8} = \mathbf{160\ Exemplare.}$

2. Lösung.

$\frac{1}{8} + \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$ der anfänglichen Anzahl der Bücher, ferner $10 - 5 + 15 + 50$ Exemplare waren so groß wie der Vorrat. Somit waren $\frac{7}{16}$ der ursprünglichen Ware 70 Bücher. Der Vorrat hatte daher $10 \times 16 = \mathbf{160\ Exemplare}$ betragen.

2. Niederbayern. 1885.

Von wie viel Eiern muß der 6. Teil übrig bleiben, nachdem man zuerst die Hälfte und 3 Stück und hierauf vom Reste die Hälfte und 4 Stück weggenommen hat?

Lösung.

Nachdem die erste Hälfte und 3 Stück weggenommeu worden sind, verbleibt als Rest die Hälfte weniger 3 Stück. Nimmt man hievon die Hälfte, so beträgt diese $\frac{1}{4}$ der ursprünglichen Anzahl weniger $\frac{3}{2}$ Stück. Im ganzen sind nun weggenommen $\frac{3}{4}$ der ursprünglichen Zahl, ferner 3 und 4 Stück weniger $\frac{1}{2}$ Stück, d. h. es wurden außer $\frac{3}{4}$ der ursprünglichen Anzahl noch $5\frac{1}{2}$ Stück weggenommen. Übrig blieben $\frac{1}{4}$ der ursprünglichen Anzahl weniger $5\frac{1}{2}$ Stück. Da dieser Rest $\frac{1}{8}$ der anfänglichen Anzahl ist, so beträgt der Unterschied von $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ d. i. $\frac{1}{12}$ der anfänglichen Anzahl $5\frac{1}{2}$. Hieraus folgt, daß die Anzahl der Eier **66** betragen hat.

2. Niederbayern. 1895.

Jemand bereicherte seine Sparbüchse monatlich um ebensoviel, wie zu Anfang jedes Monates darin war, und brauchte davon jeden Monat 8 ℳ für Nebenausgaben; nach 3 Monaten zählte er sein Geld und fand, daß er nun 4mal so reich war wie zu anfang; wie viel hatte er anfangs?

Lösung.

Anfangs war eine vorläufig unbekannte Summe in der Sparbüchse. Am Ende des 1. Monats war die doppelte Summe weniger 8 ℳ darin; am Ende des 2. Monates die vierfache ursprüngliche Summe weniger 24 ℳ; am Ende des 3. Monates die 8fache ursprüngliche Summe weniger 56 ℳ. Diese Einlage war so groß wie die vierfache ursprüngliche Summe. Der Unterschied der 8fachen und 4fachen ursprünglichen Summe ist 56, somit die ursprüngliche Summe **14**.

4. Oberpfalz. 1890.

Nachdem ein Kaufmann den 5. Teil einer Ware und noch 5 Zentner verkauft hatte, betrug der Rest 5mal so viel Pfund als anfänglich Zentner vorhanden waren. Wie viele Zentner wog die anfänglich vorhandene Ware?

Lösung.

Nachdem $\frac{1}{5}$ des Vorrates und noch 5 Zentner verkauft worden waren, betrug der Rest $\frac{1}{5}$ des Vorrates weniger 5 Zentner. Dieser Rest war 5mal so viel Pfund, d. h. er war $\frac{1}{20}$ des anfänglichen Vorrates. Mithin sind $\frac{1}{5} - \frac{1}{20} = \frac{3}{4}$ des Vorrates 5 Zentner. Demnach betrug der Vorrat $\frac{4}{3}$ ° = **6⅔ Zentner.**

6. Niederbayern. 1885.

Von 40 Pfund Zucker wurde ein gewisses Quantum verkauft, und man behielt noch einmalsoviel übrig als verkauft wurde, und 8 Pfund; wie viel wurde verkauft?

Lösung.

Nimmt man von 40 Pfund 8 weg, so ist der Rest, nämlich 32 Pfund, das 3fache verkaufte Quantum. Es wurden also $\frac{3}{3}^2$ = **10⅔ Pfund** verkauft.

5. Oberpfalz. 1881.

Ein Landmann hat 80 hl Weizen mehr gebaut, als im Jahre vorher und daher 2¼mal so viel als damals geerntet. Wie viel hat er im vorhergehenden Jahre angebaut?*)

Lösung.

Da im ganzen 2¼mal so viel als im Jahre vorher geerntet wurde, so wurde auch 2¼mal so viel oder 1¼mal mehr angebaut. 1¼mal mehr betrug 80 hl, somit betrug die vorjährige Menge 80 : $\frac{5}{4}$ = **64 hl.**

1. Niederbayern. 1891.

Ein Herr schenkte einem Armen 2 ℳ und hatte dann noch 20mal so viele Pfennige als er anfangs Mark hatte. Wie groß war die Barschaft gewesen?

---

*) In Beilage No. 12 der Bayer. Lehrer-Zeitung 1882 steht »geerntet« (statt angebaut).

Lösung.

Nachdem er 2 ℳ verschenkt hatte, bestand seine Barschaft nur noch in $\frac{4}{5}$ des anfänglichen Bestandes. Der Herr hatte also mit 2 ℳ $\frac{1}{5}$ seiner Barschaft verschenkt. Letztere war daher $2 \times \frac{5}{1} = 2\frac{1}{2}$ ℳ.

7. Unterfranken. 1881.

„Der verflossene Teil des Tages ist $\frac{3}{5}$ des noch kommenden“ sagt jemand. Wie spät ist es?

1. Lösung.

Der kommende Teil des Tages und der verflossene sind zusammen $\frac{8}{8}$ des kommenden oder 24 Stunden. Demnach ist der kommende $24 : \frac{8}{8} = 15$ Stunden lang; 9 Stunden sind verflossen. Es ist **9 Uhr** Vormittag.

2. Lösung.

Die verflossene Tageszeit verhält sich zur kommenden wie 3 : 5; somit ist die verflossene Zeit $\frac{3}{8}$ von 24 Stunden d. i. 9 Stunden. Es ist daher **9 Uhr** Vormittag.

2. Schwaben. 1885.

Jemand nimmt von seinem Vorrat Gerste $\frac{1}{4}$ zur Aussaat und es bleiben ihm noch $45\frac{3}{4}$ Scheffel. Wie groß ist der Vorrat?

Lösung.

Es bleiben $\frac{3}{4}$ des Vorrates übrig. Da diese $45\frac{3}{4}$ Scheffel sind, so ist $\frac{1}{4}$ des Vorrates $15\frac{1}{4}$ Scheffel, also der ursprüngliche Vorrat **61 Scheffel.**

7. Niederbayern. 1885.

Die atmosphärische Luft enthält in 10 000 Raumteilen 3 Teile Kohlensäure. Die ausgeatmete Luft enthält dagegen 5%, das ist das Wievielfache?

Lösung.

5% von 10 000 Raumteilen sind 500 Raumteile, welche $\frac{500}{3} = 166\frac{2}{3}$mal so viel sind als 3 Raumteile.

1. Oberpfalz. 1892.

Ein Rind von 756 Pfund erhält täglich den 36. Teil seines Gewichtes an Heuwert. Man füttert Erbsenstroh und Wiesenheu, welche sich im Nährwerte wie 6 : 10 verhalten. Wie viele Pfund Erbsenstroh sind zu füttern, wenn 12 Pfund Heu gegeben werden?

Lösung.

Der Heuwert, welcher gefüttert wird, beträgt 21 Pfund. Hievon müssen 9 durch Erbsenstroh gereicht werden. Man braucht hiezu $9 \times \frac{10}{6} = \mathbf{15\ Pfund}$ Erbsenstroh.

6. Pfalz. 1885.

Das Kupfer verhält sich im Werte zum Silber wie 1 : 20. Was kosten nun 44 g Kupfer, wenn eine um 75% kleinere Quantität Silber einen Wert von 1,65 ℳ hat?

1. Lösung.

I. Eine um 75% kleinere Quantität Silber ist $\frac{1}{4}$ von 44 g also 11 g.
II. Da 11 g 1,65 ℳ wert sind, so hat 1 g einen Wert von 0,15 ℳ.
III. 1 g Kupfer kostet $\frac{1}{11}$ Pfennige, also kosten 44 g **33** ₰.

2. Lösung.

Das Kupfer ist 4mal mehr, kostet aber nur $\frac{1}{20}$ des Silberwertes; somit kosten 44 g $\frac{1}{5}$ von 1,65 ℳ d. i. **0,33 ℳ.**

4. Niederbayern. 1888.

Wenn sich die monatliche Ausgabe zweier Beamten wie $4\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$ verhält und der erste in 9 Monaten 2700 ℳ ausgibt, wie viel gibt der zweite in 1 Jahr aus?

Lösung.

Die monatliche Ausgabe des ersten Beamten ist 300 ℳ. Da sich die monatlichen Ausgaben wie 9 : 15 oder 3 : 5 verhalten, so gibt der zweite Beamte monatlich 500 ℳ und jährlich **6000** ℳ aus.

7. Oberpfalz. 1892.

Unter 20 Personen soll eine gewisse Geldsumme verteilt werden. Wollte man jeder Person $25\frac{4}{5}$ ℳ geben, so würden 5 Personen nichts erhalten; wie viel muß jede Person bekommen?

Lösung.

Die zu verteilende Geldsumme ist $25\frac{4}{5} \times 15$; somit hält jede Person $25\frac{4}{5} \times \frac{1}{15}$ ℳ $= \mathbf{19}$ ℳ **35** ₰.

11. Mittelfranken. 1885.

Eine Gesellschaft von 8 Herren, 6 Frauen und 12 Kindern hat 40,56 ℳ zu bezahlen. Hierbei wurden 2 Herren = 3 Frauen und 2 Frauen = 3 Kinder gerechnet. Wie viel ist von jeder Person beizutragen?

Lösung.

Hätte 1 Herr 9 ℳ beizutragen, so wäre der Beitrag für jede Frau 6 ℳ und für jedes Kind 4 ℳ. Die gesamten Einzahlungen wären dann $72 + 36 + 48 = 156$ ℳ. Der wirkliche Beitrag eines Herrn ist aber $\frac{40{,}56 \times 9}{156} = \mathbf{2{,}34}$ ℳ, für eine Frau $2{,}34 \times \frac{2}{3} = \mathbf{1{,}56}$ ℳ und für ein Kind $1{,}56 \times \frac{2}{3} = \mathbf{1{,}04}$ ℳ.

3. Oberpfalz. 1892.

Die in Magermilch vorhandenen Blutbildner und Respirationsstoffe betragen zusammen 11% derselben, und zwar die Respirationsstoffe das $2\frac{1}{3}$fache der Blutbildner. Wie viele kg Blutbildner sind in $\frac{1}{2}$ hl Magermilch? (Spez.-Gew. der Magermilch = 1.)

Lösung.

Die Eiweißkörper und Kohlehydrate in 50 kg wiegen $5\frac{1}{2}$ kg. Hievon machen die Blutbildner $5\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = \frac{11}{2} \times \frac{3}{10} = \mathbf{1{,}65\ kg}$ aus.

7. Oberpfalz. 1891.

Von drei Händlerinnen sind bei einem Wirte einige Tage vor dem Markte im ganzen 190 Gänse eingestellt worden. Die erste Händlerin war mit ihren Gänsen 4 Tage vor dem Markte, die zweite 3 Tage, die dritte 2 Tage vorher gekommen. Die Futterkosten betrugen für die erste 10 ℳ, für die andere 9 ℳ, für die dritte 8 ℳ. Wie viele Gänse hatte jede?

Lösung.

Die Anzahl der Gänse der drei Händlerinnen verhalten sich, wie die täglichen Futterkosten. Diese betrugen $\frac{1}{4}$, bezw. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$, verhielten sich also wie 5 : 6 : 8. Demnach hatte die erste Händlerin $\frac{10}{190} \times 5 = \mathbf{50}$, die zweite **60**, die dritte **80 Gänse.**

5. Niederbayern. 1887.

Es ist gleich, ob man 3mal so viel Geld hat oder seinem Gelde 3 ℳ zulegt. Wie viel Geld hat man?

Lösung.

3mal so viel Geld als man hat, heißt zu dem, was schon da ist noch das 2fache desselben hinzulegen. Da es nun gleich ist, ob ich zum vorhandenen Gelde das 2fache oder ob ich 3 ℳ hinzulege, so ist das 2fache der Summe gleich 3 ℳ, folglich das wirklich vorhandene Geld **1½** ℳ.

7. Unterfranken. 1885.

Das Resultat ist das gleiche, ob man zu einem gewissen Geldbetrag 11 ℳ addiert, oder ob man denselben mit 11 multipliziert. Welches ist der ursprüngliche Betrag?

Lösung.

Da der 11fache Betrag gleich ist dem einfachen Betrage und 11 ℳ, so ist der 10fache Betrag 11 ℳ, der einfache **1,10** ℳ.

4. Unterfranken. 1887.

Ein Getreidehändler verkauft $\frac{7}{10}$ seines Vorrates um 1540 ℳ, und es bleiben ihm noch 33 hl. Wie teuer kam 1 hl?

Lösung.

Der Rest zu 33 hl waren $\frac{3}{10}$ des Vorrates. $\frac{1}{10}$ des Vorrates war daher 11 hl. Da $\frac{7}{10}$ des Vorrates verkauft worden sind, so betrug die verkaufte Menge 7×11 hl. Diese kosteten 1540 ℳ; also kosteten 7 hl 140 ℳ und 1 hl **20** ℳ.

4. Schwaben. 1893.

A war vor 8 Jahren $\frac{5}{7}$mal so alt als jetzt; wie alt ist A?

Lösung.

$\frac{2}{7}$ des Alters betragen 8 Jahre, somit ist das Alter $\frac{7}{2} \times 7 = \mathbf{28\ Jahre.}$

7. Niederbayern. 1889.

A und B spielen bei 4 Pfennigen Einsatz 30mal. B hat am Schlusse des Spieles sein Geld und noch 24 Pfennige. Wie viele Spiele hat er gewonnen, und wie viele hat er verloren?

1. Lösung.

B hatte bei 15maligem Gewinn sein Geld; da er aber 24 ₰ gewonnen hatte, so hat er noch 3mal 8 ₰ eingezogen, hat somit 3 Spiele über 15, also **18 Spiele** gewonnen und **12** verloren.

2. Lösung.

B hatte $4 \times 30 = 120$ ₰ im Spiele, hat aber 144 ₰ eingezogen und zwar jedesmal 8. Er hat daher **18mal eingezogen** und **12mal** verloren.

7. Oberfranken. 1886.

Ein Arbeiter stand an drei verschiedenen Plätzen zusammen 92 Wochen in Arbeit und erhielt am ersten wöchentlich 12 ℳ, am zweiten 10 ℳ und am dritten 5 ℳ. Schließlich hatte er an jedem Orte die gleiche Summe Lohn erhalten. Wie lange hatte er an jedem Platze gearbeitet?

Lösung.

Angenommen der Lohn wäre an jedem Orte 60 ℳ gewesen, so hätte er am ersten Orte 5 Wochen, am zweiten 6 Wochen und am dritten 12 Wochen, an allen drei Orten zusammen 23 Wochen gearbeitet. Die wirkliche Arbeitszeit ist 4mal größer, daher auch der überall verdiente Lohn und die einzelnen Arbeitszeiten 4mal größer, d. h. er arbeitete am ersten Orte **20 Wochen,** am zweiten **24 Wochen,** am dritten **48 Wochen.**

10. Unterfranken. 1881.

Jemand hat eine im voraus bezahlte Ware und zwar 420 kg derselben zu liefern. Er kann jedoch nur 390 kg liefern und legt daher 51 ℳ bei. Was kostet das kg?

Lösung.

Für $420 - 390 = 30$ kg, die nicht geliefert wurden, lagen 51 ℳ bei, somit kostete 1 kg $\frac{51}{30} = \mathbf{1{,}70}$ ℳ.

1. Niederbayern. 1894.

Zur Herstellung eines Schulweges beschäftigte man 5 Männer und 7 Frauen und bezahlte täglich 26,50 ℳ; später, als es 6 Frauen und 10 Männer waren, bezahlte man täglich 37 ℳ; wie viel verdient ein Mann und eine Frau täglich?

Lösung.

Wären zuerst 10 Männer und 14 Frauen beschäftigt gewesen, hätten sie 53 ℳ verdient. Da aber 10 Männer und 6 Frauen 37 ℳ erhielten, so wurden für 8 Frauen 16 ℳ erspart. Somit verdiente jede Frau **2** ℳ und jeder Mann $\frac{37-12}{10} = \mathbf{2{,}50}$ ℳ.

6. Niederbayern. 1894.

Es wollte jemand ein Haus kaufen und kündigte daher jedem seiner Schuldner 200 ℳ auf; dadurch hätte er 700 ℳ mehr als er brauchte. Hätte er jedem nur 150 ℳ aufgekündigt, so würden ihm noch 1100 ℳ gefehlt haben. Wie viel mußte er jedem seiner Schuldner kündigen?

Lösung.

I. Wenn jeder Schuldner 50 ℳ mehr bezahlt hätte, so wäre der Mehrbetrag 1800 ℳ gewesen. Hieraus folgt, daß die Anzahl der Schuldner 36 betrug.
II. Das Haus kostete $7200 - 700 = 6500$ ℳ.
III. Es waren jedem Schuldner $6500 : 36 = \mathbf{180\frac{5}{9}}$ ℳ zu kündigen.

6. Oberfranken. 1886.

Der tägliche Arbeitslohn von 7 Zimmerleuten und 5 Maurern beträgt $19\frac{1}{2}$ ℳ. Jeder Maurer erhält täglich 30 ₰ mehr als 1 Zimmermann. Wie groß ist der Taglohn eines Zimmermannes und eines Maurers?

Lösung.

Würde jeder Maurer 30 ₰ weniger erhalten, so hätten alle Werkleute gleich viel, und der Lohn würde dann nur 18 ℳ d. i. 1,50 ℳ für jeden Mann sein. Es erhält also jeder Zimmermann täglich **1,50** ℳ und jeder Maurer **1,80** ℳ.

6. Schwaben. 1894.

Kauft A 9 m Zeug, so behält er von seinem Gelde 1,24 ℳ übrig; kauft er aber 13 m, so fehlen ihm 11,80 ℳ. Wie teuer war 1 m dieses Stoffes?

Lösung.

Kauft A 4 m mehr, so muß er $11{,}80 + 1{,}24 = 13{,}04$ ℳ ausgeben. Es kostet somit 1 m $\frac{13{,}04}{4} = \mathbf{3{,}26}$ ℳ.

2. Oberfranken. 1887.

Ein Müller wollte Weizen à hl zu 9 ℳ kaufen. Da er aber das Hektoliter um $7\frac{1}{2}$ ℳ erhält, kauft er nicht nur $7\frac{1}{2}$ hl mehr, sondern behält noch 15,75 ℳ übrig. Wie viel Hektoliter wollte er anfangs kaufen?

Lösung.

Was dem Müller infolge des um $1\frac{1}{2}$ ℳ niedrigeren Preises übrig blieb, betrug $\frac{15}{2} \times \frac{15}{2} + 15\frac{3}{4} = 56\frac{1}{4} + 15\frac{3}{4} = 72$ ℳ. Je $1\frac{1}{2}$ ℳ Ersparnis entspricht 1 hl Weizen à 9 ℳ. Der Müller wollte also $72 : \frac{3}{2} = \mathbf{48}$ **hl** Weizen kaufen.

6. Mittelfranken. 1894.

20 Ster Fichten- und 20 Ster Buchenholz kosten 245 ℳ. 6 Ster Fichtenholz kosten so viel als 4 Ster Buchenholz. Wie teuer ist 1 Ster von jeder Sorte?

Lösung.

Es kosten 1 Ster Fichten- und 1 Ster Buchenholz zusammen 12,25 ℳ. Da die Preise sich wie 3 : 2 verhalten, so ergibt sich für 1 Ster Fichtenholz $12{,}25 \times \frac{3}{5} = \mathbf{4{,}90}$ ℳ und für 1 Ster Buchenholz $12{,}25 \times \frac{2}{5} = \mathbf{7{,}35}$ ℳ.

7. Oberpfalz. 1887.

Der Brotteig verliert beim Backen 20% an Gewicht. Wie viel Teig muß man zu 40 vierpfündigen Brotlaiben nehmen?

Lösung.

Zu je 80 Pfund Brot sind 100 Pfund Teig nötig; daher zu 4×40 Pfund Brot $160 \times \frac{5}{4} = \mathbf{200\ Pfund}$ Teig.

7. Oberpfalz. 1890.

Eine Buchhandlung, welche 10% Diskonto (in 100) gewährt, hat gestern 38 und heute 48 Exemplare eines gewissen Werkes verkauft. Wenn sie für die verkauften Exemplare dieses Werkes heute um $31\frac{1}{2}$ ℳ mehr eingenommen hat als gestern, wie groß ist dann der Ladenpreis eines Exemplares?

Lösung.

Es kosten 10 Exemplare mit Diskonto 31,5 ℳ, also 1 Exemplar 3,15 ℳ. Ohne Diskonto war der Preis $\frac{10}{9} \times 3{,}15 = \mathbf{3{,}50}$ ℳ.

1. Pfalz. 1891.

A und B haben zusammen 5680 ℳ. Nachdem A $\frac{1}{8}$ und B $\frac{1}{10}$ seines Gehaltes abgegeben hat, haben beide gleichviel. Wie viel Gehalt hat jeder?

Lösung.

Dem A blieben $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$ seines Gehaltes, dem B blieben $\frac{9}{10} = \frac{36}{40}$ seines Gehaltes. Da diese Reste gleich sind, so verhält sich der Gehalt des A zu dem des B wie 36 : 35. Demnach ist der Gehalt des A $\frac{5680}{71} \times 36 = \mathbf{2880}$ ℳ, B **2800** ℳ.

5. Oberfranken. 1892.

A und B haben zusammen 1700 ℳ. Gibt A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$ seiner Barschaft aus, so haben beide noch gleichviel. Wie viel hatte jede Person (anfangs)?

Lösung.

Dem A bleiben nach der angeführten Ausgabe $\frac{2}{3}$, dem B $\frac{3}{4}$ der bezüglichen Barschaft. Die anfänglichen Barschaften verhalten sich daher umgekehrt wie $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ oder wie 8 : 9. Da die Summe der Barschaften 1700 ℳ ist, so hatte A **900** ℳ und B **800** ℳ.

8. Unterfranken. 1885.

Das Barvermögen zweier Kaufleute beträgt zusammen 25000 ℳ. A legt nun die Hälfte, B $\frac{2}{3}$ seines Vermögens in ein Geschäft und es behielt jeder gleich viel zur weiteren Verfügung übrig. Wie viel besitzt jeder?

1. Lösung.

A behielt die Hälfte, B $\frac{3}{5}$ des Vermögens übrig. Bei je 1 ℳ, die jeder übrig hat, ist der Vermögensteil des A 2 ℳ, des B 3 ℳ, von beiden 5 ℳ. Das Vermögen des A ist daher $25000 \times \frac{2}{5} = \mathbf{10000}$ ℳ, des B **15000** ℳ.

2. Lösung.

Da die Hälfte des Vermögens von A so groß ist wie $\frac{3}{5}$ des Vermögens von B, so verhalten sich die Vermögen wie 2 : 3. Es hat haher A **10000** ℳ, B **15000** ℳ.

5. Unterfranken. 1887.

Wenn jemand täglich 7 ℳ ausgibt, reicht er 92 Tage; wie lange reicht er, wenn er täglich 8 ℳ ausgibt?

Lösung.

Bei täglich 8 ℳ Ausgabe reicht die Summe von 7×92 ℳ nur $\frac{7 \times 92}{8} = \frac{7 \times 23}{2}$ $= \mathbf{80\frac{1}{2}}$ **Tage.**

1. Oberpfalz. 1881.

Der Kaffee verliert beim Brennen $12\frac{1}{2}$ % seines Gewichtes. Welchen Wert hat das kg gebrannten Kaffee, wenn es ungebrannt 2,80 ℳ kostet?

Lösung.

Da beim Brennen $12\frac{1}{2}$% also $\frac{1}{8}$ kg verloren gehen, bleiben $\frac{7}{8}$ zurück. Diese kosten 2,80 ℳ, also kostet $\frac{1}{8}$ kg 0,40 ℳ, und $\frac{8}{8} = 1$ kg kostet **3,20** ℳ.

5. Schwaben. 1891.

In einer Festung sind 5000 Mann für 40 Tage mit Lebensmitteln versehen. Wie lange reicht der Vorrat (im ganzen), wenn nach 10 Tagen noch 2000 Mann hinzukommen?

Lösung.

Nach 10 Tagen war für 5000 Mann noch ein Vorrat für 30 Tage vorhanden. An diesem reichen 7000 Mann $30 \times \frac{5}{7} = 21\frac{3}{7}$ Tage; somit reicht der Vorrat im ganzen **$31\frac{3}{7}$ Tage.**

1. Niederbayern. 1890.

Weil ein Beamter Gehaltszulage erhalten hat, kann er jetzt 20% seines Einkommens zurücklegen, also bei gleicher Ausgabe $3\frac{1}{3}$% mehr als früher. In welchem Verhältnisse stehen der frühere und jetzige Gehaltsbezug?

1. Lösung.

Angenommen der monatliche Gehalt sei jetzt 100 ℳ, so werden 20 ℳ zurückgelegt und 80 ℳ jetzt wie früher verbraucht. Da der frühere Verbrauch $\frac{4}{5}$ der Einnahme betrug, so war diese 96 ℳ. Daraus ergibt sich das Verhältnis der Einnahmen 96 : 100 oder **24 : 25.**

2. Lösung.

Die frühere Zurücklage war $16\frac{2}{3}\%$ oder $\frac{1}{6}$ des Gehaltes, die jetzige ist $\frac{1}{5}$ des Gehaltes. Früher waren die Ausgaben $\frac{5}{6}$, jetzt sind sie $\frac{4}{5}$ des Gehaltes. Da die Ausgaben die gleichen sind, so verhält sich der frühere Gehalt zum jetzigen wie $\frac{1}{5} : \frac{4}{5} = \mathbf{24 : 25}$.

6. Niederbayern. 1895.

Ein Bediensteter konnte bis jetzt von seinem Gehalte den 7. Teil als Ersparnis zurücklegen; als er aber eine Zulage erhielt, wurde es ihm möglich, den 6. Teil zurückzulegen, ohne seine gewöhnlichen Ausgaben zu vermindern; welch ein Teil war die Zulage von seinem früheren Gehalte?

1. Lösung.

Die Ausgaben betrugen früher $\frac{6}{7}$, dann $\frac{5}{6}$, oder vorher $\frac{36}{42}$, später $\frac{35}{42}$. Somit verhalten sich die Gehalte wie 35 : 36, und die Zulage war $\mathbf{\frac{1}{35}}$ des früheren Gehaltes.

2. Lösung.

Angenommen der frühere Gehalt sei 840 ℳ gewesen, so war die Zurücklage 120 ℳ, und die übrigen Ausgaben betrugen 720 ℳ. Nach der Aufbesserung waren aber $\frac{5}{6}$ des neuen Gehaltes 720 ℳ, somit $\frac{1}{6}$ desselben 144 ℳ und der Gehalt 864 ℳ. Die Zulage war 24 ℳ, und da $\frac{840}{24} = 35$ ist, so hatte die Zulage den **35. Teil** des früheren Gehaltes betragen.

2. Oberfranken. 1893.

Ein Landmann hat $\frac{2}{7}$, ein anderer $\frac{1}{3}$ seines Vorrates an Getreide verkauft; zusammen verkauften sie 36 hl. Jeder behält noch eine gleiche Anzahl hl übrig. Wie viele hl besaß jeder?

1. Lösung.

Da $\frac{2}{7}$ des Vorrates von A gleich sind $\frac{2}{3}$ des Vorrates von B, so verhielten sich die vorrätigen Mengen wie 14 : 15. Von je 14 hl verkaufte A 4 hl und B 5 hl, zusammen 9 hl. Da aber die verkauften Getreidemengen 4mal größer waren, so waren auch die ursprünglichen Vorräte 4mal größer, d. h. A hatte **56 hl,** B **60 hl.**

2. Lösung.

$\frac{2}{7}$ des Vorrates von A sind so groß wie $\frac{2}{3}$ des Vorrates von B, somit $\frac{5}{21}$ des Vorrates von A gleich $\frac{1}{3}$ des Vorrates von B. Nun sind $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{21}$ des Vorrates von A zusammen 36 hl; daher $\frac{9}{21}$ des Vorrates 36 hl. Der Vorrat des A war somit **56 hl,** derjenige des B $40 \times \frac{3}{2} = \mathbf{60\ hl.}$

1. Niederbayern. 1889.

Von zwei Spielern verlor der eine $\frac{1}{3}$, der andere $\frac{1}{4}$ seiner mitgebrachten Barschaft, beide zusammen 40 ℳ, und doch behielten beide gleich viel übrig. Wie viel hatte jeder mitgebracht?

Lösung.

Je 6 ℳ, welche jedem übrig blieben, entsprechen einer Barschaft des A zu 9 ℳ und des B zu 8 ℳ. Der gemeinsame Verlust bei 9 ℳ und 8 ℳ Barschaft ist 5 ℳ.

Da aber der gesamte Verlust 8mal größer ist, so waren auch die mitgebrachten Barschaften 8mal größer. Es hatte somit A **72** ℳ und B **64** ℳ mitgebracht.

4. Oberbayern. 1885 und 5. Pfalz. 1890.

A und B beziehen gleichen Gehalt; nachdem A $\frac{2}{3}$ seines Gehaltes und 1200 ℳ, B die Hälfte seines Gehaltes und 2200 ℳ ausgegeben hat, haben sie beide noch gleich viel; wie groß ist der Gehalt eines jeden?

Lösung.

Da A und B gleichen Gehalt beziehen und nach gewissen Ausgaben auch gleich viel übrig haben, so müssen auch die Ausgaben gleich sein; also müssen $\frac{2}{3}$ des Gehaltes und 1200 ℳ so viel sein wie die Hälfte des Gehaltes und 2200 ℳ. Demnach sind $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ des Gehaltes $2200 - 1200 = 1000$ ℳ. Der Gehalt eines jeden beträgt somit **6000** ℳ.

3. Niederbayern. 1893.

Zwei Fässer halten zusammen 341 Liter; läßt man aus dem ersten $\frac{1}{4}$, aus dem zweiten $\frac{1}{5}$ ab, so bleibt in beiden gleichviel übrig; wie viel Liter hält jedes Faß?

Lösung.

$\frac{3}{4}$ oder $\frac{15}{20}$ des Inhaltes des ersten Fasses sind so groß wie $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ des zweiten. Somit verhalten sich die Inhalte 16 : 15. Demnach ist der Inhalt des ersten Fasses $\frac{341}{31} \times 16 =$ **176 Liter,** derjenige des zweiten $\frac{341}{31} \times 15 =$ **165 Liter.**

2. Oberpfalz. 1885.

Eine Gans und eine Ente wogen zusammen 15 Pfund. Wie schwer ist jedes der beiden Tiere, wenn 7 Enten so schwer sind wie 3 Gänse?

Lösung.

Wenn eine Gans 7 Pfund wiegen würde, so würde eine Ente 3 Pfund und beide Tiere zusammen würden 10 Pfund wiegen. Da sie aber zusammen $1\frac{1}{2} \times 10$ Pfund wiegen, so muß jedes $1\frac{1}{2}$mal so viel wiegen, als angenommen wurde, d. h. die Gans wiegt **10,5 Pfund,** die Ente **4,5 Pfund.**

7. Oberbayern. 1885.

Jemand hat 2 Stücke Zeug, welche zusammen 125 m lang sein sollen. Beim Nachmessen findet sich, daß das erste um $\frac{1}{7}$ zu klein, das zweite um $\frac{2}{11}$ zu groß ist. Dennoch haben sie zusammen 125 m; wie lang ist jedes?

Lösung.

Der Mangel des einen Stückes ist so groß wie der Überschuß des andern; also ist $\frac{1}{7}$ der Länge des ersten so groß wie $\frac{2}{11}$ der Länge des zweiten, oder $\frac{1}{77}$ der Länge des ersten gleich $\frac{1}{11}$ der Länge des zweiten. Hätte das erste 14 vorläufig unbekannte Längeneinheiten, so hätte das zweite 11 derselben, und zusammen hätten sie 25. Da nun die gemeinsame Länge 125 m ist, so sind die vorläufig angenommenen Längeneinheiten

je 5 m. Das erste Stück sollte 14 solcher Einheiten haben, also 70 m lang sein, ist aber um $\frac{1}{7}$ kürzer, daher nur **60 m** lang. Das zweite Stück ist **65 m** lang, somit $\frac{8}{11}$ von 11×5 m länger.

6. Oberbayern. 1881.

Ich kaufte 11 m Zeug und erhielt, als ich bezahlte, auf 10 Thaler 1 Thaler mehr heraus, als 7 m kosteten. Wie viel kostete das Meter?

Lösung.

Wären 7 m mehr, also im ganzen 18 m gekauft worden, so wäre nur 1 Thaler zurückgegeben worden. Somit kosteten 18 m 9 Thaler und 1 m **$\frac{1}{2}$ Thaler.**

6. Niederbayern. 1890.

Ein Kaufmann verlangt für 2 Dutzend Knöpfe 1,35 *M*. Der Käufer handelt sich hievon so viel ab, als schließlich 3 Stück kosten; wie teuer bezahlte er das Dutzend?

Lösung.

Mit 1,35 *M* hätte der Käufer 27 Stück erhalten. Es kostete also 1 Knopf 5 ₰, und das Dutzend kostete **60 ₰**.

9. Schwaben. 1895.

Für 60 m soll jemand 154 *M* bezahlen; er handelt so viel ab, als er später für 10 m bezahlt. Wie viel hat er abgehandelt?

Lösung.

Der Käufer hätte um 154 *M* 70 m erhalten; demnach kostete 1 m 2,2 *M*, und die abgehandelte Summe beträgt **22 *M***.

7. Schwaben. 1887.

Jemand will für 2 Anzüge 7 m Tuch kaufen, wofür der Kaufmann 56 *M* verlangt. Der Käufer handelt aber so viel ab, als er nach stattgefundenem Kaufe für 3 m bezahlte. Wie viel wurde abgehandelt, und wie viel wurde im ganzen bezahlt?

Lösung.

Hätte der Käufer 3 m mehr gekauft, so hätte er 56 *M* verausgabt. Es kostete daher 1 m $\frac{56}{10} = 5{,}6$ *M*. Abgehandelt wurden **16,80 *M*** und bezahlt **39,20 *M***.

2. Pfalz. 1885.

Es werden 64 kg Kaffee für 140,80 *M* eingekauft. Beim Verkauf verliert man so viel, als für 16 kg bezahlt wird. Wie teuer ist 1 kg im Verkauf?

Lösung.

Man mußte $64 + 16$ kg verkaufen, um 140,80 *M* einzunehmen, also wurde 1 kg um $\frac{140{,}80}{80} = \mathbf{1{,}76}$ *M* verkauft.

9. Oberpfalz. 1891.

Der Wochenlohn für 5 Maurer und 4 Handlanger ist 138 ℳ, während umgekehrt 4 Maurer und 5 Handlanger 132 ℳ erhalten. Wie viel beträgt der Wochenlohn eines Maurers und eines Handlangers?

Lösung.

Der Unterschied des Wochenlohnes für 1 Maurer und 1 Handlanger beträgt 6 ℳ. Es erhalten daher 5 Maurer den Lohn für 5 Handlanger und noch 30 ℳ. Somit ist der Lohn für 9 Handlanger und noch 30 ℳ gleich 138 ℳ, oder 9 Handlanger erhalten 108 ℳ, und 1 Handlanger erhält **12** ℳ Wochenlohn, während 1 Maurer **18** ℳ erhält. (Ein anderes Verfahren ist in der folgenden Aufgabe angewendet worden.)

5. Niederbayern. 1893.

Der Taglohn von 5 Maurern und 3 Handlangern betrug 20 ℳ, während umgekehrt der Taglohn von 3 Maurern und 5 Handlangern nur 18,40 ℳ betrug. Wie groß war der Taglohn eines Maurers, wie groß der eines Handlangers?

Lösung.

I. Der Lohn von 8 Maurern und 8 Handlangern war 38,40 ℳ; also war der Taglohn von 1 Maurer und 1 Handlanger 4,80 ℳ.

II. Der Unterschied der Löhne von 2 Maurern und 2 Handlangern betrug 1,60 ℳ; also verdiente 1 Maurer so viel wie 1 Handlanger und 0,80 ℳ.

III. Der Lohn von 1 Handlanger und 0,80 ℳ, dann noch eines Handlangers ist 4,80 ℳ; somit verdienten 2 Handlanger täglich 4 ℳ.

IV. Der Taglohn eines Handlangers war **2** ℳ, von 1 Maurer **2,80** ℳ.

4. Oberpfalz. 1889.

4 hl Gerste und 5 hl Roggen kosteten 108½ ℳ, während umgekehrt 5 hl Gerste und 4 hl Roggen 112 ℳ kosteten. Wie teuer war das hl Gerste und das hl Roggen?

1. Lösung.

I. Es kosteten 9 hl Gerste und 9 hl Roggen 220,5 ℳ; somit 1 hl Gerste und 1 hl Roggen 24,5 ℳ.

II. Demnach kosteten 4 hl Gerste und 4 hl Roggen 98 ℳ.

III. Da aber gemäß der Angabe 4 hl Gerste und 5 hl Roggen 108½ gekostet haben, so trifft auf 1 hl Roggen **10½** ℳ.

IV. 1 hl Gerste kostete **14** ℳ.

2. Lösung.

I. Es kosten 9 hl Gerste und 9 hl Roggen 220,5 ℳ, also kosteten 1 hl Gerste und 1 hl Roggen 24,5 ℳ.

II. Der Preisunterschied von 1 hl Gerste und 1 hl Roggen war 3,5 ℳ.

III. Somit kostete 1 hl Gerste $\frac{24{,}5+3{,}5}{2} = \mathbf{14}$ ℳ und 1 hl Roggen $\frac{24{,}5-3{,}5}{2}$ $= \mathbf{10{,}5}$ ℳ.

5. Unterfranken. 1892.

Ein Arbeiter erhielt für 16 Tage Arbeit 4 hl Roggen und 4 ℳ, ein anderesmal für 22 Tage Arbeit 5 hl Roggen und 10 ℳ. Wie hoch war 1 hl Roggen gerechnet?

Lösung.

Um 5 hl und 5 ℳ zu verdienen, mußte der Arbeiter 20 Tage im Dienste sein. Für die 22tägige Arbeit wurden 5 ℳ mehr bezahlt. Der Arbeiter verdiente also täglich 2,50 ℳ. Da er in 20 Tagen an Geld und Geldeswert 50 ℳ verdiente, aber nur 5 ℳ an Geld erhielt, so waren 5 hl Roggen zu 45 ℳ und 1 hl zu **9** ℳ gerechnet.

7. Schwaben. 1891.

Bei täglich 9stündiger Arbeit mähen 5 Arbeiter in 4 Tagen 6 ha. Wie viele Arbeiter sind erforderlich, wenn in 10 Tagen bei täglich $10\frac{1}{2}$stündiger Arbeit 28 ha gemäht werden sollen?

Lösung.

Jeder Arbeiter mäht stündlich $\frac{6}{4 \cdot 9} = \frac{1}{6}$ ha; somit mäht jeder Arbeiter in 10 Tagen bei 10,5stündiger Arbeit $\frac{10 \cdot 5}{6} = \frac{3}{4}$ ha. Um in dieser Zeit 28 ha fertig zu bringen, sind $28 \times \frac{4}{3} = \mathbf{8}$ **Arbeiter** erforderlich.

4. Schwaben. 1894.

Ein Mann leistet eine Arbeit in 10 Tagen bei täglich 12stündiger Arbeit. In welcher Zeit kann diese Arbeit von einem Knaben bei täglich 8stündiger Arbeit geleistet werden, wenn sich die Arbeitskräfte wie 10 : 7 verhalten?

Lösung.

Die Arbeit erforderte $10 \times 12 \times 10 = 1200$ Arbeitseinheiten; der Knabe kann täglich 8×7 Arbeitseinheiten leisten und braucht daher $\frac{1200}{8 \times 7} = \frac{150}{7} = \mathbf{21\frac{3}{7}}$ **Tage.**

6. Mittelfranken. 1888.

Zu einer gewissen Arbeit braucht A allein 20 Tage, B 36 Tage, C 15 Tage und D 18 Tage. Wie lange brauchen dieselben, um diese Arbeit gemeinsam zu vollenden?

Lösung.

Wenn die Arbeit 180 zu verrichtende Arbeitseinheiten erfordert, so können A, B, C und D täglich $9 + 5 + 12 + 10 = 36$ solche Einheiten bewältigen. Zum ganzen Werke brauchen sie $180 : 36 = \mathbf{5}$ **Tage.**

2. Mittelfranken. 1891.

Drei Arbeiter brauchen zu einer gewissen Arbeit 2 Tage. A allein braucht 4 Tage, B allein 5 Tage; wie lange braucht C allein?

Lösung.

Alle drei vollenden täglich $\frac{1}{3}$ des Werkes. Da A täglich $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{5}$ und beide zusammen $\frac{9}{20}$ des Werkes zu stande bringen, so bleibt für C täglich $\frac{1}{20}$ übrig. Um das ganze Werk allein zu verrichten, würde C **20 Tage** nötig haben.

2. Oberfranken. 1889.

Eine Arbeit kann von 15 Arbeitern in $2\frac{1}{2}$ Monaten gefertigt werden. Wenn 5 Arbeiter $1\frac{4}{5}$ Monate daran thätig waren, wie lange haben dann 19 Arbeiter mit dem Reste der Arbeit noch zu thun, falls jeder derselben nur 75% dessen leistet, was einer der vorangegangenen Arbeiter zu stande bringt?

Lösung.

Nimmt man an, daß die ganze Arbeit 150 Arbeitseinheiten erfordert, so kann von den besseren Arbeitern jeder monatlich 4 solche Leistungen machen. 5 Arbeiter bringen dann in $1\frac{4}{5}$ Monaten 36 solche Einheiten fertig, so daß noch 114 zu vollenden sind. Die späteren Arbeiter bringen aber nur je 3 Einheiten monatlich fertig, und 19 Arbeiter machen monatlich 57 Einheiten. Sie brauchen daher zu den noch vorhandenen 114 Einheiten **2 Monate.**

6. Schwaben. 1893.

15 Maurer haben in 20 Tagen $\frac{2}{3}$ einer Arbeit vollendet; es werden nun noch 10 Maurer zugezogen. In welcher Zeit wird der Rest der Arbeit vollendet sein?

Lösung.

Es ist noch $\frac{1}{3}$ der Arbeit zu vollenden. Zu $\frac{1}{3}$ brauchen 15 Maurer 10 Tage oder 150 Arbeitstage. Hiezu brauchen 25 Arbeiter $\frac{150}{25} = $ **6 Tage.**

2. Niederbayern. 1893.

A kann in 10 Tagen eine Arbeit verfertigen, wozu B nur 8 Tage nötig hätte. Nach 3 Tagen kommt der stärkere dem schwächeren zu Hilfe; in wie viel Tagen werden sie die Arbeit vollenden?

Lösung.

I. A verfertigt täglich $\frac{1}{10}$ der Arbeit und in 3 Tagen $\frac{3}{10}$.

II. Es bleiben noch $\frac{7}{10}$ für beide zu vollenden.

III. A und B bringen täglich $\frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$ der Arbeit fertig.

IV. Sie brauchen daher $\frac{7}{10} : \frac{9}{40} = \frac{7 \times 40}{9 \times 10} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}$ (im ganzen $6\frac{1}{9}$) **Tage.**

1. Oberpfalz. 1886.

Eine Arbeit konnte durch 6 Arbeiter in 48 Tagen fertig gemacht werden. Als sie 12 Tage gearbeitet hatten, traten 2 Arbeiter aus. Wie viele Tage später wird die Arbeit von den übrigen 4 Arbeitern fertig gebracht werden?

Lösung.

Nach 12 Tagen hätten 6 Arbeiter noch 36 Tage zu arbeiten gehabt; 4 Arbeiter müssen noch $\frac{36 \times 6}{4} = 54$ Tage arbeiten, so daß die Arbeit **18 Tage** später fertig wird.

10. Unterfranken. 1894.

Es können 7 Maurer in 42 Tagen eine Mauer fertig bringen. Nachdem $\frac{1}{3}$ der Mauer zu stande gebracht ist, werden weitere 5 Mann verwendet. Wie viele Tage nahm die Fertigung der Mauer in Anspruch?

Lösung.

Wenn die Mauer 294 Kubikeinheiten hatte, so vollendete jeder Maurer täglich 1 Einheit. $\frac{1}{3}$ der Mauer hatte 14 Tage erfordert, innerhalb welcher Zeit 7 Maurer 98 Einheiten zu stande brachten, so daß noch 196 Kubikeinheiten aufzuführen waren. Es waren nun 12 Mann thätig, welche täglich 12 Kubikeinheiten vollendeten. Sie brauchten daher noch $196 : 12 = 16\frac{1}{3}$ Tage, so daß die Mauer in $14 + 16\frac{1}{3} = \mathbf{30\frac{1}{3}}$ **Tagen** fertig war.

3. Unterfranken. 1891.

Ein Arbeiter gräbt einen Graben in 20 Stunden, ein zweiter in 15 Stunden. Er soll aber in 6 Stunden umgegraben werden; deshalb wird noch ein dritter Arbeiter eingestellt. Wie viel muß derselbe leisten?

Lösung.

Wenn die auszuhebende Masse des Grabens 60 Volumeneinheiten beträgt, so bringt der erste Arbeiter in 6 Stunden 18, der zweite 24 fertig. Der dritte Arbeiter muß daher in 6 Stunden 18, also stündlich 3 Einheiten ausheben können. Er würde allein in **20 Stunden** den Graben ausheben.

11. Schwaben. 1881.

Jemand gräbt einen Acker in 20 Stunden um, eine andere Person in 18 Stunden. Er soll aber in 6 Stunden umgegraben werden; deshalb wird noch ein dritter Arbeiter eingestellt; wie viel muß derselbe leisten?

Lösung.

I. A und B vollenden in 6 Stunden $6 \times (\frac{1}{20} + \frac{1}{18}) = \frac{38}{60} = \frac{19}{30}$ der Arbeit.
II. C muß in 6 Stunden $\frac{11}{30}$ des Ackers umgraben, somit in jeder Stunde $\frac{11}{180}$.
III. C würde allein den Acker in $\frac{180}{11} = \mathbf{16\frac{4}{11}}$ **Stunden** wenden.

5. Mittelfranken. 1894.

A und B, welcher $\frac{3}{4}$ so viel wie A leistet, vollenden eine Arbeit in 6 Tagen. B und C brauchen hiezu 8 Tage. Wie lange braucht jeder allein?

Lösung.

I. Nimmt man für die Arbeit 168 Werkeinheiten an, so leisten A und B zusammen täglich 28, daher A allein 16 und B 12 solche Einheiten.

II. Da B und C täglich 21 Einheiten, B aber 12 zu stande bringen, so leistet C 9.

III. Zur ganzen Arbeit braucht A allein 168 : 16 = **10½ Tage,** B **14 Tage** und C **18⅔ Tage.**

5. Oberfranken. 1887.

Ein Arbeiter gräbt ein Ackerstück in 15 Stunden, ein zweiter in 12 Stunden um. Wenn noch ein dritter Arbeiter eingestellt wird und alle drei zugleich thätig sind, so wird der Acker in 5 Stunden umgegraben. Wie lange würde der dritte Arbeiter allein brauchen?

Lösung.

Wenn 60 Flächenteile des Ackers zu bearbeiten sind, so gräbt der erste Arbeiter stündlich 4, der zweite 5 und alle drei zusammen 12 Teile. Der dritte Arbeiter vermag allein stündlich 3 Teile fertig zu bringen. Er braucht daher, wenn er allein beschäftigt ist, 60 : 3 = **20 Stunden.**

4. Oberpfalz. 1895.

Um eine gewisse Arbeit zu vollenden, werden 20 Mann auf 6 Tage gedungen. Es kommen aber nur 15 Mann; dafür werden noch 6 Frauen angestellt. Wann wird die Arbeit fertig, wenn die ganze Arbeit von 16 Frauen in 10 Tagen ausgeführt werden könnte?

Lösung.

1 Mann vollendet täglich $\frac{1}{120}$ der Arbeit, jede Frau $\frac{1}{160}$ derselben. Daher können 15 Männer und 6 Frauen täglich $\frac{15}{120} + \frac{6}{160} = \frac{1}{8} + \frac{3}{80} = \frac{13}{80}$ fertig bringen. Also brauchen sie $\frac{80}{13} = 6\frac{2}{13}$ **Tage.**

10. Unterfranken. 1892.

Es verfertigen 5 Frauen in 6 Tagen eine bestimmte Arbeit. Wie lange brauchen hiezu 4 Männer, wenn die Arbeitsleistung eines Mannes 33⅓% mehr beträgt als die einer Frau?

1. Lösung.

Die Leistungen von 4 Männern sind so groß wie diejenigen von $\frac{16}{3}$ Frauen. Brauchen 5 Frauen 6 Tage, so brauchen $\frac{16}{3}$ Frauen $5 \times 6 : \frac{16}{3} = 5\frac{5}{8}$ **Tage.**

2. Lösung.

Wenn die zu leistende Arbeit 90 Arbeitseinheiten erfordert, so leistet jede Frau an 1 Tag 3 solcher Einheiten, 1 Mann dagegen 4, und 4 Männer bewältigen täglich 16 Einheiten. Sie brauchen daher zu 90 Einheiten 90 : 16 = **5⅝ Tage.**

5. Oberpfalz. 1884.

Ein Feld kann von 8 Pferden in 3 Tagen und von 10 Ochsen in 6 Tagen gepflügt werden; wann, wenn die Verhältnisse gleich bleiben, von 8 Pferden und 10 Ochsen zusammen?

Lösung.

8 Pferde vollbringen täglich $\frac{1}{3}$ der Arbeit, 10 Ochsen $\frac{1}{5}$. Sie können zusammen $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ Arbeit täglich ausführen, brauchen somit **2 Tage.**

1. Oberpfalz. 1883.

Ein Gefäß kann durch zwei Röhren gefüllt werden. Die erste füllt es in 3 Stunden, die zweite in 5 Stunden allein. In welcher Zeit füllen beide gleichzeitig geöffnete Röhren das Gefäß?

Lösung.

In einer Stunde liefert die erste Röhre $\frac{1}{3}$, die zweite $\frac{1}{5}$ des Inhaltes des Gefäßes beide zusammen $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$. Somit brauchen sie zur Füllung des Gefäßes $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ **Stunden.**

4. Oberpfalz. 1886.

Ein Gefäß kann durch zwei gleichzeitig geöffnete Röhren in 2 Stunden gefüllt werden. Die erste allein füllt es in 3 Stunden; in welcher Zeit füllt die zweite allein das Gefäß?

1. Lösung.

Beide Röhren zusammen liefern in 1 Stunde die Hälfte des Gefäßes, die erste allein $\frac{1}{3}$ desselben. Es liefert daher die zweite Röhre allein in 1 Stunde $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ des Inhaltes des Gefäßes. Um das Gefäß zu füllen braucht sie **6 Stunden.**

2. Lösung.

Angenommen, daß das Gefäß 12 Volumeinheiten hat, liefern beide Röhren zusammen 6 Einheiten, die erste allein 4 Einheiten, folglich die zweite allein 2 Einheiten. Letztere braucht daher, um 12 Einheiten zu füllen, **6 Stunden.**

6. Oberpfalz. 1884.

Ein Gefäß kann durch zwei gleichzeitig geöffnete Röhren in $\frac{1}{4}$ Stunde gefüllt werden. Die erste allein füllt es in $\frac{3}{4}$ Stunden. In welcher Zeit füllt die zweite allein das Gefäß?

1. Lösung.

Die erste Röhre füllt in $\frac{1}{4}$ Stunde $\frac{1}{3}$ des Gefäßes, also füllt die zweite Röhre allein $\frac{2}{3}$ und braucht daher nur die Hälfte der Zeit, welche die erste nötig hat, d. h. die zweite allein braucht $\frac{3}{8}$ **Stunden.**

2. Lösung.

Wenn der Inhalt des Gefäßes 12 Raumteile beträgt, so liefert die erste Röhre in $\frac{1}{4}$ Stunde 4 Raumteile, die zweite 8; folglich braucht die zweite Röhre die Hälfte der Zeit, welche die erste nötig hat, d. h. die zweite braucht $\frac{3}{8}$ **Stunden.**

6. Niederbayern. 1887.

Von drei Röhren füllt die eine einen Trog in 1 Stunde, die zweite in 2 Stunden, die dritte in 3 Stunden; wie lange brauchen sie, wenn sie gleichzeitig fließen?

Lösung.

Nimmt man für den Trog 6 Raumteile, so liefert die erste in 1 Stunde diese 6 Teile, die zweite liefert 3 Raumteile, die dritte 2 Raumteile, und alle drei liefern 11 Raumteile. Da aber nur 6 Raumteile zu liefern sind, so brauchen sie nur $\frac{6}{11}$ **Stunden.**

5. Mittelfranken. 1885.

Zwei Öffnungen, aus denen fortwährend Wasser fließt, verhalten sich wie 5 : 13, die Geschwindigkeit der Wasserströme aber wie 8 : 7. Wenn nun aus der zweiten Öffnung in einer gewissen Zeit 612 cdm Wasser mehr ausfloß, als aus der andern; wie viel Liter Wasser gab jede Öffnung in dieser Zeit?

Lösung.

Die Wassermenge, welche eine Röhre liefert, ist das Produkt aus dem Querschnitt der Röhre in die Geschwindigkeit des Wasserstromes. Es verhalten sich daher die Mengen, welche die bezeichneten Röhren liefern, wie 40 : 91. Wenn also in irgend einer Zeiteinheit die eine Röhre 40 Liter liefert, so liefert die zweite Röhre um 51 Liter mehr. Die Zahl der Zeiteinheiten, welche zur Mehrlieferung von 612 Litern nötig waren, ist 12. In diesen 12 Zeiteinheiten hat die erste Reihe $40 \times 12 = \mathbf{480\ Liter}$, die zweite Röhre $91 \times 12 = \mathbf{1092\ Liter}$ geliefert.

3. Oberfranken. 1886.

Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden, durch die erste allein in 20, durch die zweite allein in 30 Minuten. Wenn nun noch ein drittes Rohr angebracht wird, und alle drei Röhren zugleich fließen, so kann der Behälter in 5 Minuten gefüllt sein. Wie lange würde die dritte Röhre allein brauchen, um den Trog zu füllen?

Lösung.

Wird der Inhalt des Behälters zu 60 Kubikeinheiten angenommen, so liefert die erste Röhre in der Minute 3, die zweite 2, alle drei Röhren 12 Kubikeinheiten. Die dritte Röhre allein liefert dann in jeder Minute 7 Einheiten und braucht zu 60 Einheiten $60 : 7 = \mathbf{8\frac{4}{7}\ Minuten}$.

3. Mittelfranken. 1894.

Ein Wasserbehälter wird durch Röhre A in 8, durch Röhre B in 16 Stunden gefüllt und durch Röhre C in 3 Stunden entleert. Werden, wenn der Behälter voll ist, dio drei Röhren zugleich geöffnet, so befinden sich nach 4 Stunden noch 1000 Liter in demselben. Wie viele Liter faßt der Behälter?

1. Lösung.

I. In 4 Stunden liefert die Röhre A die Hälfte, die Röhre B $\frac{1}{4}$ des Behälterraumes an Wasser, so daß die gesamte Wassermenge $\frac{3}{4}$ des Behälterraumes beträgt.
II. Die Röhre C entleert in 4 Stunden $\frac{4}{3}$ des Behälterraumes.
III. Im Behälter sind noch $\frac{3}{4} - \frac{4}{3} = \frac{5}{12}$ des Raumes mit 1000 Liter gefüllt.
IV. Da $\frac{5}{12}$ des Behälterraumes 1000 Liter ausmachen, so kann der Trog **2400 Liter** fassen.

2. Lösung.

Der Behälter habe 48 Volumeneinheiten. Die Röhre A liefert hiezu in 4 Stunden 24, B 12 solche Einheiten, C entleert 64, so daß noch 20 gefüllt sind. Diese 20 Volumeneinheiten fassen 1000 Liter. Da der Trog 48 solche Einheiten hat, so kann er $48 \times 50 = \mathbf{2400\ Liter}$ fassen.

3. Oberpfalz. 1882.

Ein Bassin wird durch die Röhre A in 4 Stunden, durch die Röhre B in 6 Stunden gefüllt, durch die Röhre C in 5 Stunden geleert. Wie lange dauert es, bis das leere Bassin gefüllt ist, wenn alle Röhren zugleich fließen?

Lösung.

Die Röhren A und B liefern zusammen $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ des Raumes in einer Stunde. Durch die Röhre C wird $\frac{1}{5}$ des Raumes entleert, so daß, wenn die 3 Röhren gleichzeitig fließen, $\frac{5}{12} - \frac{1}{5} = \frac{13}{60}$ des Bassinraumes in jeder Stunde gefüllt werden. Das Bassin wird daher ganz gefüllt in $\frac{60}{13} = \mathbf{4\frac{8}{13}\ Stunden.}$

1. Oberpfalz. 1885.

B und Z reisen einander entgegen und treffen 20 Meilen von dem Wohnorte des B, welcher täglich $1\frac{1}{3}$ des Weges von Z zurücklegt, zusammen. Die tägliche Annäherung beträgt $8\frac{3}{4}$ Meilen. Wie viele Tage reist jeder?

Lösung.

Macht Z täglich 3 Meilen, so macht B 4 Meilen. Um sich $8\frac{3}{4}$ Meilen zu nähern, muß B $8\frac{3}{4} \times \frac{4}{7} = 5$ Meilen und Z $3\frac{3}{4}$ Meilen täglich zurücklegen. Da am Punkte des Zusammentreffens B 20 Meilen vom Abgangsorte entfernt war, so war er $20 : 5 = \mathbf{4\ Tage}$ gereist.

2. Mittelfranken. 1892.

Wenn ein Bote (A) in der Stunde 5 Meilen zurücklegt, so braucht er 3 Stunden weniger als ein zweiter Bote (B), welcher stündlich nur 3 Meilen macht. Wie lange ist der zurückzulegende Weg?

Lösung.

A hätte deshalb, weil er stündlich 2 Meilen mehr zurückzulegen vermochte, in der Zeit, während welcher B auf dem Wege war, einen um 15 Meilen größeren Weg zurücklegen können. Es entspricht also ein 2 Meilen größerer Weg, den A machte, je 1 Stunde Reisezeit des B. Letzterer war somit $15 : 2 = 7{,}5$ Stunden auf dem Wege und legte innerhalb dieser Zeit die Strecke von **22,5 Meilen** zurück.

5. Oberfranken. 1891.

Von einem Orte A wird nach einem Orte B ein Kurier abgesandt, der stündlich $1\frac{1}{4}$ Meile zurücklegt. $1\frac{1}{2}$ Stunden nach seinem Abgange wird ihm ein anderer nachgeschickt, der, um jenen einzuholen, $1\frac{5}{8}$ Meilen machen muß. Wann und in welcher Entfernung kann der zweite den ersten einholen?

Lösung.

Der erste Kurier machte in $1\frac{1}{2}$ Stunden $\frac{3}{5}$ Meilen. Diese Entfernung muß der zweite dadurch einbringen, daß er stündlich $\frac{3}{8}$ Meilen mehr macht. Er braucht hiezu $\frac{3}{5} : \frac{3}{8} = \mathbf{5\ Stunden.}$ In dieser Zeit legt B $\frac{5}{5} = \mathbf{8\frac{1}{3}\ Meilen}$ (Entfernung vom Abgangsorte) zurück.

2. Unterfranken. 1888.

Von einem Orte geht um 5 Uhr morgens ein Fußgänger ab, der stündlich $4\frac{1}{2}$ Kilometer macht. Um 8 Uhr fährt ein Einspänner von demselben Orte aus nach, der stündlich 7 Kilometer zurücklegt. Wann wird dieser den Fußgänger einholen?

Lösung.

Der Fußgänger ist 3 Stunden früher abgegangen und hat während dieser Zeit $13\frac{1}{2}$ Kilometer zurückgelegt. Der Einspänner macht stündlich $2\frac{1}{2}$ Kilometer mehr. Er braucht daher um $13\frac{1}{2}$ Kilometer einzubringen $13\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = 5\frac{2}{5}$ Stunden und holt somit den Fußgänger um **1 Uhr 24 Minuten** ein.

5. Niederbayern. 1891.

Wie viel Minuten nach 12 Uhr decken sich die beiden Zeiger einer Uhr zum erstenmale wieder?

Lösung.

Der Stundenzeiger ist 60 Teilstriche, die der Minutenzeiger machen muß, voraus. Dagegen legt der Minutenzeiger in gleicher Zeit 12 mal so viele Teilstriche zurück, als der Stundenzeiger. Sie decken sich also zum erstenmale wieder, wenn die vom Stundenzeiger zurückgelegten Teilstriche und 60 gleich sind der 12 fachen Anzahl der nach 12 Uhr zurückgelegten Teilstriche. Somit ist die Anzahl der vom Stundenzeiger zurückgelegten Teilstriche $\frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$. In gleicher Zeit legt der Minutenzeiger $65\frac{5}{11}$ Teilstriche zurück, d. h. er steht $5\frac{5}{11}$ **Minuten nach 1 Uhr** wieder über dem Stundenzeiger.

1. Oberpfalz. 1891.

Wenn zwei Bahnzüge von den Endstationen der 180 km langen Strecke Schwandorf-München gleichzeitig entgegenfahren, so kreuzen sie nach 2 Stunden. Würden diese Züge gleichzeitig in nördlicher Richtung von den genannten Orten abgehen, so könnte der eine den andern in 5 Stunden einholen. Mit welcher Geschwindigkeit (km per Stunde) fahren sie?

1. Lösung.

Die Strecke, welche die beiden Züge zusammen stündlich zurücklegen, ist 90 km lang. Fahren die Züge in nördlicher Richtung, so ist der Schwandorfer Zug um 180 km voraus. Diese werden vom Münchener Zug in 5 Stunden eingeholt. Demnach legt dieser stündlich 36 km mehr zurück. Die Geschwindigkeit des Münchener Zuges ist daher $36 + \frac{27}{2} = \mathbf{63\ km,}$ diejenige des Schwandorfer Zuges **27 km.**

2. Lösung.

Die beiden Züge legen zusammen stündlich 90 km zurück, somit in 5 Stunden 450 km. Die Strecke bis Schwandorf (180 km) legt bei der Fahrt in nördlicher Richtung der Münchener Zug allein zurück; die übrigen 450—180 = 270 km legt jeder der beiden Züge zurück. Somit ist die vom Schwandorfer Zuge in 5 Stunden zurückgelegte Strecke 135 km, die in 1 Stunde zurückgelegte **27 km.** Die Geschwindigkeit des Münchener Zuges ist 90—27 = **63 km.**

4. Oberbayern (Freising). 1890.

Der Schnellzug in München und der Orientexpreßzug in Augsburg fahren gleichzeitig ab und einander entgegen. 25 Minuten nach ihrer Begegnung kommt der Expreßzug nach München und 36 Minuten nach ihrem Zusammentreffen der Schnellzug nach Augsburg. Wie lange fährt jeder der beiden Züge auf dieser Strecke?

Lösung.

Nach dem Zusammentreffen im Punkte B fährt der Expreßzug die Strecke, welche der Schnellzug mit der Geschwindigkeit c zurückgelegt hat, in 25 Minuten und legt, wenn seine Geschwindigkeit e ist, den Weg 25 e zurück. Der Weg des Schnellzuges nach der Begegnung ist 36 c. Es waren aber die Zeiten von der Abfahrt bis zum Zusammentreffen gleich; daher verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die zurückgelegten Wege, also $c : e = 25e : 36c$. Somit ist $c^2 : e^2 = 25 : 36$ oder $c : e = 5 : 6$. Da die Geschwindigkeiten sich wie 5 : 6 verhalten, so hatte der Expreßzug von Augsburg bis B nur $36 \times \frac{5}{6} = 30$ Minuten und der Schnellzug von München bis B $25 \times \frac{6}{5} = 30$ Minuten gebraucht. Demnach fährt der Schnellzug im ganzen 36 + 30 = **66 Minuten** und der Expreßzug 25 + 30 = **55 Minuten.**

3. Oberfranken. 1894.

Zwei Körper bewegen sich gleichförmig von A nach B. Der erste legt alle 5 Stunden 3 Meilen zurück, der zweite alle 5 Stunden 11 Meilen. Der erste hat schon $11\frac{1}{2}$ Meilen zurückgelegt, ehe der zweite seine Bewegung beginnt, und kommt $12\frac{5}{6}$ Stunden später in B an als der zweite. Wie lange braucht der zweite Körper von A nach B?

Lösung.

Der zweite Körper legt stündlich $\frac{3}{5}$ Meilen mehr zurück als der erste. Infolge dieser größeren Geschwindigkeit legt er während seiner Fahrzeit einen um $11\frac{1}{2} + 12\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = 11{,}5 + 7{,}7 = 19{,}2$ Meilen größeren Weg zurück. Hiezu sind 19,2 : 1,6 = **12 Stunden** erforderlich.

5. Mittelfranken. 1891.

Nachdem ein Bote $\frac{3}{5}$ seines Weges und 19 km zurückgelegt hatte, blieben ihm noch 8 km mehr als $\frac{1}{7}$ des Weges; wie viele km betrug der Weg?

1. Lösung.

Nach Zurücklegung von $\frac{3}{5}$ seines Weges und 19 m dazu, blieben noch $\frac{2}{5}$ weniger 19. Da dieser Rest $\frac{1}{7}$ des Weges und 8 km betrug, so war der Unterschied von $\frac{2}{5} - \frac{1}{7} = \frac{9}{35}$ des Weges gleich 27 km. Der ganze Weg war daher $27 \times \frac{35}{9} =$ **105 km.**

2. Lösung.

$\frac{3}{5}$ und $\frac{1}{7}$ des Weges und 27 km bilden den ganzen Weg. $\frac{3}{5} + \frac{1}{7} = \frac{26}{35}$ des Weges. Also sind $\frac{9}{35}$ des Weges 27 km. Der Weg betrug somit **105 km.**

2. Oberpfalz. 1883.

Ein Vorrat an Heu reicht entweder für 4 Pferde nur 200 Tage, oder für 40 Schafe auf 120 Tage; wie lange für 4 Pferde und 40 Schafe?

1. Lösung.

4 Pferde verzehren täglich $\frac{1}{200}$ und 40 Schafe $\frac{1}{120}$ des Vorrates, beide Tierarten zusammen $\frac{1}{200} + \frac{1}{120} = \frac{8}{600}$. Sie reichen daher $\frac{600}{8} = $ **75 Tage.**

2. Lösung.

Wenn der Vorrat 4800 Rationen betrug, so verzehrten 4 Pferde täglich 24 und 40 Schafe 40, zusammen 64 Rationen. Der Vorrat reichte dann 4800 : 64 = **75 Tage.**

3. Oberpfalz. 1883.

A legte bereits 40 Tage hindurch täglich 1 ℳ zurück und spart so weiter. Z fängt nun auch an zu sparen und legt täglich $1\frac{1}{4}$ ℳ zurück. Wann hat Z halb so viel erspart, als A erspart haben wird?

Lösung.

Da Z nur die Hälfte dessen, was A erspart haben wird, erreichen soll, so sind für A zum Voraus 20 ℳ und von der Zeit an, in welcher Z zu sparen beginnt. täglich $\frac{1}{2}$ ℳ zu rechnen. Somit erspart Z täglich $\frac{3}{4}$ ℳ mehr. Bis 20 ℳ hiedurch erspart werden, sind 20 : $\frac{3}{4}$ = **26$\frac{2}{3}$ Tage** von der Zeit an, wo Z zu sparen anfängt, erforderlich.

2. Oberpfalz. 1884.

Jemand erspart wöchentlich 2,50 ℳ. Eine zweite Person fängt nach 10 Wochen auch an zu sparen und legt wöchentlich 3 ℳ zurück. Nach wie vielen Wochen hat die zweite Person $\frac{3}{5}$ von dem erspart, was die erste dann besitzt?

Lösung.

Da die zweite Person nur $\frac{3}{5}$ des Ersparnisses der ersten Person ersparen soll, so sind für die erste wöchentlich nur 1,5 ℳ zu rechnen. In 10 Wochen erspart diese 15 ℳ. Die zweite Person erübrigt wöchentlich 1,5 ℳ mehr, braucht somit, um 15 ℳ einzuholen, **10 Wochen.**

2. Schwaben. 1887.

Ein Forstmann ist $7\frac{1}{2}$mal und noch $5\frac{1}{2}$ Jahre älter als sein Sohn. Der Vater ist jetzt $65\frac{1}{2}$ Jahre alt, wie alt ist der Sohn?

Lösung.

Nach Abzug von $5\frac{1}{2}$ Jahren vom Alter des Vaters bleiben 60 Jahre als das $7\frac{1}{2}$ fache Alter des Sohnes. Dieser ist somit **8 Jahre** alt.

6. Niederbayern. 1886.

Von zwei Brüdern ist der eine ebensoviel unter 25 als der andere unter 35 Jahren alt, und doch ist dieser $1\frac{1}{2}$mal so alt als jener. Wie alt ist jeder?

Lösung.

Der Unterschied zwischen dem Alter des jüngeren Bruders und seinem $1\frac{1}{2}$ fachen Alter ist 10 Jahre; also ist die Hälfte des Alters 10 Jahre, und das Alter des jüngeren Bruders ist **20 Jahre,** des älteren Bruders **30 Jahre.**

2. Oberbayern. 1888.

Eine Tochter ist $\frac{1}{3}$mal so alt als ihre Mutter und wird nach 6 Jahren $\frac{1}{2}$mal so alt sein. Welches Alter hat jede?

Lösung.

Das Alter der Mutter ist so groß wie das 5 fache Alter der Tochter. Kommen hiezu 6 Jahre, so wird die um 6 vergrößerte 5 fache Anzahl der Jahre der Tochter gleich der um 6 Jahre vermehrten Anzahl, 3 mal genommen, d. i. die 3 fache Anzahl der Jahre und 18 Jahre dazu. Demnach ist der Unterschied der 5- weniger 3 fachen Anzahl der Jahre der Tochter 12, und das Alter der Tochter ist somit **6 Jahre,** dasjenige der Mutter **30 Jahre.**

6. Schwaben. 1888.

Vor 8 Jahren war jemand $\frac{5}{7}$mal so alt als jetzt; wie alt war er?

Lösung.

Die Zunahme von $\frac{2}{7}$ des jetzigen Alters betrug 8 Jahre. Er ist also jetzt **28 Jahre** alt, und war vor 8 Jahren **20 Jahre** alt.

3. Niederbayern. 1891.

Heute vor 6 Jahren war der Vater 7mal so alt als der Sohn; heute nach 6 Jahren wird der Vater nur 3mal so alt sein wie der Sohn; wie alt ist jeder von ihnen gegenwärtig?

Lösung.

Da der Vater vor 6 Jahren das 7 fache Alter des Sohnes hatte, so ist nach 12 Jahren dessen Alter das 7 fache des Sohnes und 12 Jahre dazu. Der Sohn ist nach 12 Jahren zum früheren Alter noch 12 Jahre alt. Das 3 fache dieser Summe ist das 3 fache des früheren Alters und 36 Jahre. Es ist somit das 7 fache frühere Alter des Sohnes und 12 Jahre gleich dem 3 fachen früheren Alter und 36 Jahre. Hieraus ergibt sich, daß das 4 fache frühere Alter des Sohnes 24 Jahre betrug. Der Sohn war also vor 6 Jahren 6 Jahre alt, der Vater aber 42 Jahre. Heute ist der Sohn **12 Jahre,** der Vater **48 Jahre** alt.

3. Niederbayern. 1892.

Eine Schule zählt in zwei Klassen 66 Schüler, und zwar beträgt der Unterschied der Anzahl der Schüler 3mal den 7. Teil der stärkeren. Wie viele Schüler zählt jede?

Lösung.

Da der Unterschied der Schülerzahl $\frac{5}{7}$ der stärkeren Klasse ist, so hat die schwächere Klasse $\frac{2}{7}$ der Schülerzahl der stärkeren. Somit ist die Schülerzahl der stärkeren und $\frac{5}{7}$ derselben 66. Die stärkere Klasse zählt daher $66 \times \frac{7}{11} = \mathbf{42\ Schüler,}$ die schwächere **24 Schüler.**

5. Niederbayern. 1892.

Zwei Lehrer einer Schule sprechen über die Anzahl ihrer Schüler. A sagt zu B: „Hätte ich 12 Schüler aus Deiner Schule, so hätten unsere Schulen gleich viele Schüler". B meint: „Umgekehrt hätte ich doppelt so viel wie Du." Wie stark war jede Schule?

Lösung.

B hat so viele Schüler wie A und 24 dazu. Gibt A dem B noch 12 Schüler, so hat B so viele Schüler wie A und 36, A aber hat jetzt 12 Schüler weniger als vorher. Das Doppelte hievon ist die 2fache Schülerzahl von A weniger 24. Somit ist die Schülerzahl des A und 36 gleich der doppelten Anzahl der Schüler weniger 24. Die Schülerzahl des A ist daher **60,** B hat **84 Schüler.**

8. Niederbayern. 1886.

Ein junger Gesangverein hatte $4\frac{1}{2}$mal so viele passive als aktive Mitglieder. Es treten 24 passive Mitglieder aus, dagegen 4 neue aktive ein. Nun sind die passiven Mitglieder 3mal so viel als die aktiven. Wie groß war der ganze Verein anfangs, und wie groß ist er jetzt?

Lösung.

Die anfängliche Anzahl der passiven Mitglieder ist die $4\frac{1}{2}$fache Zahl der aktiven. Werden hievon 24 abgezogen, so erhält man die um 4 vergrösserte Anzahl der aktiven Mitglieder dreifach, also die 3fache anfängliche Zahl und 12 dazu. Der Unterschied der $4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$fachen Anzahl der aktiven ist daher $24 + 12 = 36$, und die einfache anfängliche Anzahl ist **24 aktive** Mitglieder. Die anfängliche Anzahl der passiven Mitglieder ist 108, und der ganze Verein zählte anfangs **132,** zuletzt **112** Mitglieder.

4. Niederbayern. 1885.

In einer Schaubude waren 4mal so viele Herren als Damen. Als 8 Paare dazu kamen, waren es 3mal so viele Herren als Damen. Wie stark war anfangs der Besuch?

Lösung.

Die Anzahl der Herren beträgt die 4fache Zahl der Damen. Nach Zutritt von 8 Herren waren diese die 4fache Zahl der Damen und noch 8 dazu. Diese 4fache Zahl und noch 8 sind die 3fache Anzahl der um 8 vermehrten Damen, sind also die 3fache anfängliche Anzahl und 24 dazu. Somit ist der Unterschied der 4—3fachen Anzahl der Damen 24 — 8, also 16. Demnach waren anfangs **64 Herren** und **16 Damen** anwesend.

6. Unterfranken. 1881.

Setzt man 5 Schüler in eine Bank, so hat man 17 Plätze zu wenig. Wollte man aber 8 Schüler in jede Bank setzen, so würden 4 Plätze leer bleiben. Wie viele Bänke und wie viele Schüler sind es?

Lösung.

Die 8fache Anzahl der Bänke ist gleich der Anzahl der Schüler und 4 dazu.
Die 5fache „ „ „ „ „ „ „ „ „ weniger 17.

Folglich ist der Unterschied der 8fachen und 5fachen Anzahl der Bänke gleich 21 oder die 3fache Anzahl der Bänke 21, somit die einfache Anzahl der Bänke **7.** Die Anzahl der Schüler ist $7 \times 8 - 4 = \mathbf{52}$.

5. Oberpfalz. 1887.

Von einer Erbschaft erhält A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$. Gibt A dem B 200 ℳ, so haben beide gleichviel; wie viel erhielt jeder anfänglich?

Lösung.

Da A 200 ℳ an B abtreten muß, damit sie gleichviel haben, so hat A 400 ℳ mehr empfangen. Es ist also der Unterschied von $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ d. i. $\frac{1}{12}$ der Erbschaft 400 ℳ. Die Erbschaft beträgt 4800 ℳ, und A erhält **1600** ℳ, B nur **1200** ℳ.

4. Unterfranken. 1893.

A und B spielen. Vor dem Spiele hat A 32 ℳ, B 23 ℳ; nach dem Spiele besaß A 4mal so viel als dem B blieb. Wie viel hat B verloren?

Lösung.

$\frac{1}{4}$ von 32 ℳ und von dem Verluste des B sind gleich 23 ℳ weniger dem Verluste des B. Daher betragen $\frac{1}{4}$ des Verlustes des B $23 - 8 = 15$ ℳ. Somit hat B **12** ℳ verloren.

6. Schwaben. 1881.

A hat 30 ℳ mehr als B; gibt B dem A 10 ℳ, so hat A 6mal so viel als B. Wie viel hat jede Porson?

Lösung.

I. A hat so viel wie B und 30 ℳ dazu.

II. Die um 10 vergrößerte Summe von A ist gleich dem 6fachen der um 10 ℳ verkleinerten Summe von B oder die um 10 vergrößerte Summe des A ist gleich der 6fachen Summe von B weniger 60 ℳ.

III. Somit ist die Summe des A auch gleich der 6fachen Summe des B weniger 70 ℳ.

IV. Da der Besitz von A sowohl gleich ist der 6fachen Summe des B weniger 70, als auch dem Besitze des B plus 30, so ist die 5fache Summe, die B besitzt, 100 ℳ.

V. Demnach hat B **20** ℳ und A **50** ℳ.

1. Unterfranken. 1889.

A hat 5mal so viel Geld als B. Gibt A dem B 48 ℳ, so kehrt sich das Verhältnis um. Wie viel hat A anfangs?

Lösung.

B hat $\frac{1}{5}$ des Geldes von A. Gibt A 48 ℳ weg, so erhält B so viel als A hatte, und A hat nur mehr $\frac{1}{5}$ seines Geldes. Es machen also $\frac{3}{5}$ des Geldes von A 48 ℳ aus. Somit hat A anfangs **60** ℳ.

4. Niederbayern. 1891.

A sagt zu B: Gib mir 50 ₰, so habe ich 2mal so viel wie Du. B meint: Gib Du mir 50 ₰, so habe ich gerade so viel wie Du. Wie viel hat jeder?

Lösung.

A hat so viel wie B und 1 ℳ. Gibt B von dem, was er hat, $\frac{1}{2}$ ℳ her, so hat A so viel wie B und $1\frac{1}{2}$ ℳ; B dagegen hat nun $\frac{1}{2}$ ℳ weniger als er hatte. Das Doppelte von letzterer Barschaft ist 2mal so viel als B früher hatte, weniger 1 ℳ. Darnach ist das, was B anfangs hatte, und $1\frac{1}{2}$ ℳ gleich dem 2fachen, was er hatte, weniger 1 ℳ. Somit hatte B $2\frac{1}{2}$ ℳ und A $3\frac{1}{2}$ ℳ.

2. Oberpfalz. 1890.

Die Schulstelle in A gewährt 120 ℳ mehr Gesamteinkommen als die Schulstelle in B. Würde der Lehrer in B aber auch noch den 160 ℳ tragenden Gemeindeschreiberdienst an den Nachbarlehrer in A abgeben, so hätte dieser $1\frac{1}{2}$mal so viel Einkommen als der Lehrer in B. Wie groß ist das Gesamteinkommen eines jeden der beiden Schuldienste?

Lösung.

Der Lehrer in A hat dasselbe Einkommen wie der Lehrer in B und noch 120 ℳ. Gibt man zu diesem Einkommen der Schulstelle noch 160 ℳ, so trägt die Stelle A dasselbe, was B vorher hatte, und 280 ℳ dazu; dagegen würde der Lehrer in B nun 160 ℳ weniger haben. Nach der Angabe sind aber das frühere Einkommen in B und 280 ℳ gleich $1\frac{1}{2}$mal das frühere Einkommen in B weniger $1\frac{1}{2}$mal 160 ℳ. Mithin ist $\frac{1}{2}$mal das frühere Einkommen in B gleich $280 + 240 = 520$ ℳ. Es trägt also der Schuldienst in B **1040** ℳ, derjenige in A **1160** ℳ.

1. Oberfranken. 1889.

A besitzt 50 ℳ mehr als B; gibt B dem A 10 ℳ, so hat A $4\frac{1}{2}$mal so viel als B; wie viel hat jeder?

Lösung.

Wenn A von B 10 ℳ erhält, so hat jener zur vorläufig unbekannten Barschaft des B noch 60 ℳ, und B hat 10 ℳ weniger als vorher. Die letztere Differenz 4,5mal genommen, gibt die 4,5fache Barschaft weniger $4{,}5 \times 10$. Es ist somit die Barschaft des B und 60 ℳ gleich der 4,5fachen Barschaft weniger 45. Demnach ist die 3,5fache Barschaft des B $60 + 45 = 105$ ℳ; daher die Barschaft des B **30** ℳ, diejenige des A **80** ℳ.

1. Oberfranken. 1886.

A hat 47 ℳ und B 52 ℳ. Wie viele Mark muß A dem B geben, damit dieser 10mal so viel hat, als dem A bleiben?

Lösung.

Was B nach dem Tausche besitzt, ist 52 ℳ und das, was er von A erhalten hat. Dem A bleiben 47 ℳ weniger die an B abgegebene Summe. Der 10fache Betrag dieses Restes ist 470 ℳ weniger die 10fache an B abgetretene Summe. Somit ist 52 ℳ und die abgetretene Summe gleich 470 ℳ weniger die 10fache Summe. Hieraus folgt, daß die 11fache Summe $470 - 52 = 418$ ℳ beträgt. Die abgegebene Summe ist daher **38** ℳ.

1. Mittelfranken. 1895.

A hat 90 ℳ mehr als B. Wenn aber B 150 ℳ einnimmt und A 80 ℳ ausgibt, dann hat B $1\frac{1}{2}$mal so viel als A. Wie viel hat jeder?

Lösung.

I. A hat so viel als B und 90 ℳ.
II. Wenn aber A 80 ℳ ausgibt, hat er nur mehr so viel wie B und 10 ℳ. Und wenn B 150 ℳ einnimmt, hat er so viel als vorher und 150 ℳ.
III. Demnach sind 150 ℳ und die frühere Barschaft des B so viel, als $1\frac{1}{2}$ derselben Barschaft und $1\frac{1}{2} \times 10$.
IV. Daraus folgt, daß $\frac{1}{2}$ der Barschaft des $B = 150 - 12 = 138$ ℳ ist.
V. Also hatte B **690** ℳ, A **780** ℳ.

4. Unterfranken. 1881.

A kaufte Bleistifte zu 10 ₰, B zu 12 ₰, beide die gleiche Anzahl und beide haben gleichviel Geld. Nach dem Kaufe fehlten dem B 30 ₰. Wie viele Bleistifte hat jeder gekauft?

Lösung.

Bei jedem Bleistifte fehlten dem B 2 ₰. Die Zahl der Bleistifte, welche B (somit auch A) kaufte, war daher $\frac{30}{2} = \mathbf{15}$.

3. Niederbayern. 1890.

Ein Hausierer hat 3mal so viel Federn als Stifte. Als er von jeder Sorte 24 Stück verkauft hatte, waren es nur mehr $\frac{1}{3}$mal so viele Stifte als Federn. Wie viel hatte er von jeder Sorte?

1. Lösung.

Die Anzahl der Federn ist so groß als die 3fache Anzahl der Stifte. Nimmt man von dieser 3fachen Anzahl der Stifte 24 Stück weg, so bleibt die 5fache Anzahl der um 24 verringerten Anzahl der Stifte. Folglich ist die 3fache Anzahl der Stifte weniger 24 so groß wie die 5fache Anzahl weniger 120. Hieraus ergibt sich, daß die 2fache Anzahl $4 \times 24 = 96$ war. Der Hausierer hatte also anfangs **48 Stifte** und **144 Federn.**

2. Lösung.

Der Unterschied in der Anzahl der Federn und Stifte ist so groß, wie die 2fache Anzahl der Stifte. Er ist aber auch so groß wie die 4fache um 24 verringerte Anzahl der Stifte. Demnach ist die 2fache Anzahl gleich der um 96 verringerten 4fachen Anzahl oder die 2fache Anzahl ist 96. Also hatte der Hausierer anfangs **48 Stifte** und **144 Federn.**

3. Unterfranken. 1888.

Zwei Hirten hatten zusammen 492 Stück Gänse. Gibt der erste dem anderen 5 Stück, so bleiben ihm noch 3mal so viel als der andere hat. Wie viele Gänse hat jeder?

Lösung.

Wenn die Anzahl der Gänse, welche B hat, um 5 vermehrt wird, so ist die nunmehrige 3fache Anzahl 3mal so groß wie die anfängliche Anzahl und 15 dazu. Die Anzahl der Gänse des A ist, wenn man sie um 5 verringert, ebenso groß. Somit hat A zu der 3fachen Anzahl der Gänse des B noch 20 Stück. Da die Gesamtzahl der Gänse 492 Stück beträgt, so ist die 4fache Anzahl der Gänse des B und 20 gleich 492, also die 4fache Zahl 472. Hieraus folgt, daß B **118 Stück**, A dagegen **374 Stück** hat.

7. Schwaben. 1890.

Vermehrt ein Schäfer seine Herde um 23 Stück, so hat er doppelt so viel Tiere als ihm verbleiben, wenn er 27 Stück verkauft. Wie groß ist seine Herde?

Lösung.

Die Herde und 23 Stück sind so groß wie die doppelte Herde weniger 27×2 Stück. Also ist die Herde $23 + 54 = \mathbf{77\ Stück}$ groß.

3. Schwaben. 1894.

A besitzt 4500 ℳ mehr als B; A erbt 5000 ℳ und hat nun doppelt so viel als B. Wie viel hatte jeder anfangs?

Lösung.

Da A durch den Vermögenszuwachs von 5000 ℳ und den Besitz von 4500 ℳ 2mal so viel als B hat, so hatte anfangs B **9500** ℳ und A **14000** ℳ.

5. Niederbayern. 1889.

Nachdem ich in einem Buche $\frac{2}{5}$ der ganzen Seitenzahl und noch 43 Seiten gelesen hatte, blieb mir noch die Hälfte des ganzen Buches woran 3 Seiten fehlten. Wie viele Seiten hatte das Buch?

1. Lösung.

Nachdem $\frac{1}{2}$ der Seitenzahl und 43 Seiten gelesen waren, blieben $\frac{1}{2}$ der Seitenzahl weniger 43 übrig. Da diese $\frac{1}{2}$ der Seitenzahl weniger 3 Seiten sind, so ist der Unterschied von $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ der Seitenzahl $43 - 3$. Folglich hatte das Buch **400 Seiten.**

2. Lösung.

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ der Seitenzahl. ferner 43 — 3 Seiten sind so groß, wie die ganze Seitenzahl. Demnach ist $\frac{1}{16}$ der Seitenzahl 40. Die Seitenzahl beträgt **400**.

2. Oberfranken 1891.

Jemand kauft zwei Stücke Kattun; 1 m des ersten zu 0,80 ℳ und 1 m des zweiten zu 0,75 ℳ. Beide Stücke kosten zusammen 96 ℳ. Wie viele Meter enthielt jedes Stück, wenn das zweite 4 m mehr hatte als das erste?

Lösung.

Hätte das zweite Stück 4 m weniger gehabt, so hätten beide Stücke zusammen 93 ℳ gekostet und wären gleich lang gewesen. Es hätten dann je 1 m beider Stücke zusammen 1,55 ℳ gekostet. Das kürzere Stück war daher $93 : 1{,}55 = \mathbf{60}$ m lang, und das größere hatte **64** m.

1. Unterfranken. 1881.

Die Summe zweier Gewichte, die sich wie 19:13 verhalten, beträgt 104 g mehr als ihre Differenz. Wie viel g hat jedes Gewicht?

1. Lösung.

I. Das erste Gewicht wiegt $\frac{19}{13}$mal so viel als das zweite.

II. Die Summe beider Gewichte ist $\frac{19}{13} + \frac{13}{13} = \frac{32}{13}$ des zweiten Gewichtes, die Differenz ist das $\frac{6}{13}$fache u. s. w.

2. Lösung.

Würde das erste Gewicht 19 g, das zweite 13 g schwer sein, so würde die Summe 32 g und die Differenz 6 g betragen, so daß die Summe um 26 g größer wäre als die Differenz. Da aber nach der Angabe die Summe 4×26 größer ist, so folgt, daß das erste Gewicht $4 \times 19 = \mathbf{76}$ g, das zweite $4 \times 13 = \mathbf{52}$ g wiegt.

5. Niederbayern. 1895.

Von zwei Gewichten, die zusammen eine gewisse Schwere haben, wog das eine 75 g weniger als $\frac{7}{10}$ des ganzen Gewichtes, das andere 55 g weniger als $\frac{11}{15}$ des ganzen Gewichtes; wie schwer waren Beide zusammen — und wie schwer war jedes?

Lösung.

$\frac{7}{10}$ des Gewichtes weniger 75 und $\frac{11}{15}$ des Gewichtes weniger 55 sind zusammen $\frac{21+22}{30} = \frac{43}{30}$ des ganzen Gewichtes weniger 130 g. Es bewirken daher $\frac{1}{30}$ des Gewichtes so viel wie 130 g. Somit ist $\frac{1}{30}$ des Gewichtes 10 g und das ganze Gewicht **300 g**. Das erste Gewichtsstück wog $210 - 75 = \mathbf{135}$ g, das zweite $220 - 55 = \mathbf{165}$ g.

10. Schwaben. 1881.

Wenn man $\frac{2}{3}$ einer Summe Geldes um 4 ℳ vermehrt, so erhält man ebensoviel, als wenn man $\frac{3}{5}$ desselben um 18 ℳ vermehrt. Wie groß ist diese Summe?

Lösung.

Der Unterschied von $\frac{3}{5}$ und $\frac{3}{8}$ der Summe beträgt 14. Es sind daher $\frac{7}{40}$ der Summe 14, somit die Geldsumme **48** ℳ.

7. Niederbayern. 1886.

A hat bei einem Bankier 10000 ℳ, B $2\frac{1}{2}$mal so viel. Jeder verbraucht die anfallenden Zinsen und außerdem 400 ℳ vom Kapital. Nach wie viel Jahren ist das Verhältnis der Kapitalien 1:4?

Lösung.

I. Die Aufgabe kann vorerst so gestellt werden: Welche Summe muß man von 25000 ℳ und von 10000 ℳ wegnehmen, damit der erste Rest 4mal so groß ist als der zweite, d. h. 4mal so groß als das um die wegzunehmende Summe verkleinerte Kapital von 10000 ℳ. Diese 4fache Größe ist 40000 ℳ weniger die 4fache wegzunehmende Summe. Es müssen also 25000 ℳ weniger die verbrauchte Summe gleich sein 40000 ℳ weniger der 4fachen gleichen Summe. Daraus folgt, daß die 3fache Summe, welche im ganzen von jedem Kapital weggenommen wird, 15000 ℳ, die einfache Summe 5000 ℳ beträgt.

II. Wenn bei jährlichem Verbrauche von 400 ℳ im ganzen 5000 ℳ weggenommen werden, so vollzieht sich die Einbuße in **$12\frac{1}{2}$** Jahren.

5. Unterfranken. 1885.

Ein Händler kaufte eine Partie Eier. Dabei sind 160 Stück große, wovon 2 Stück mit 11 ₰ bezahlt werden. Die übrigen waren kleine und kosteten 9 ₰ à 2 Stück. Im ganzen bezahlte er 12,40 ℳ. Wie viel kleine Eier waren bei der Partie?

Lösung.

I. Die großen Eier kosteten $80 \times 11 = 8{,}80$ ℳ.

II. Die kleinen Eier kosteten $12{,}40 - 8{,}80 = 3{,}60$ ℳ.

III. Die Anzahl der kleinen Eier war $\frac{3{,}60}{0{,}09} \times 2 = \mathbf{80}$.

5. Unterfranken. 1888.

Das kg einer Ware wird mit 1,50 ℳ bezahlt. Die Barzahlung beträgt im ganzen 429 ℳ. Wie groß ist das Bruttogewicht, wenn $8\frac{1}{3}$ % Tara gerechnet werden?

Lösung

I. Das Nettogewicht ist $\frac{429}{1{,}5} = 286$ kg.

II. Das Bruttogewicht beträgt $286 \times \frac{12}{11} = \mathbf{312\ kg}$.

1. Oberfranken 1890.

Jemand schuldet an A und B zusammen 600 ℳ und bezahlt abschlägig an A $\frac{3}{5}$ und an B $\frac{2}{3}$ der Forderung. Die Abschlagszahlungen betragen für beide zusammen $232\frac{1}{2}$ ℳ. Was ist er jedem schuldig?

Lösung.

Hätte der Schuldner jedem Gläubiger $\frac{3}{5}$ der Forderung bezahlt, so hätten die Abschlagszahlungen 240 ℳ betragen. Nun werden wohl an B $\frac{3}{5}$ seiner Forderung, aber an A nur $\frac{3}{8}$ seiner Forderung d. i. $\frac{3}{5} - \frac{3}{8} = \frac{9}{40}$ weniger bezahlt, und daher betragen auch die Abschlagszahlungen um $240 - 232\frac{1}{2} = 7{,}5$ ℳ weniger. Es macht somit $\frac{1}{40}$ der Forderung des A 7,5 ℳ und die ganze Forderung **300** ℳ. Die Forderung des B ist gleichfalls **300** ℳ.

4. Oberfranken. 1891.

Ein Schuldner kam mit seinen Gläubigern dahin überein, daß die Wechselgläubiger 45 % und die übrigen 36 % erhalten. Die Wechselschulden betragen 2000 ℳ mehr als die übrigen, und es erhalten die Wechselgläubiger 1620 ℳ mehr als die übrigen. Wie viel betrug jede Art von Schulden?

Lösung.

Zieht man von 1620 ℳ die Summe, welche für 2000 ℳ Wechselschulden bezahlt worden sind, ab, so bleiben $1620 - 900 = 720$ ℳ, welche bei gleich großen Schuldsummen beiderlei Art die Wechselgläubiger mehr erhielten. Es entsprechen je 9 ℳ größerer Bezug 100 ℳ Wechselschuld. Diese war daher (außer 2000 noch) $72000 : 9 = 8000$ ℳ. Mithin waren die Wechselschulden **10000** ℳ, die übrigen Schulden **8000** ℳ.

1. Unterfranken. 1895.

Jemand kauft Tuch, das Meter um so viel Mark, als der zehnte Teil der Anzahl Meter beträgt. Er hat 62,50 ℳ zu zahlen. Wie viele Meter waren es? Wie teuer war ein Meter?

Lösung.

Die Anzahl der Meter Tuch mit der gleichen Zahl (dem Preise) vermehrt, gibt das Produkt $10 \times 62{,}5 = 625$ ℳ. Demnach ist die Anzahl der Meter $\sqrt{625} = \mathbf{25}$. Es kostete 1 m **2,50** ℳ.

II. Teilungs-Rechnungen.

2. Pfalz. 1888.

Eine gewisse Summe wird derart unter 2 Personen geteilt, daß A $\frac{5}{16}$ und 72 ℳ, B $\frac{2}{5}$ und $24\frac{3}{5}$ ℳ erhält. Wie groß ist die Summe?

Lösung.

$\frac{5}{16} + \frac{2}{5} = \frac{57}{80}$ der Summe. Der Rest $\frac{23}{80}$ der Summe ist $72 + 24\frac{3}{5} = 96\frac{3}{5}$ ℳ. Die Summe ist daher $96\frac{3}{5} \times \frac{80}{23} = 483 \times \frac{16}{23} = 21 \times 16 = \mathbf{336}$ ℳ.

5. Schwaben. 1888.

In 3 Kisten sind zusammen 279 kg. In der zweiten Kiste 18 kg mehr als in der ersten und in der dritten 15 kg mehr als in der zweiten. Wie viele kg sind in jeder Kiste?

Lösung.

Wären in der zweiten Kiste 18 kg, in der dritten 33 kg weniger, so wären im ganzen 228 kg vorhanden, und in jeder Kiste wären so viel kg wie in der ersten, nämlich **76 kg**. In Wirklichkeit sind in der zweiten Kiste **94 kg,** in der dritten **109 kg.**

2. Schwaben. 1881.

Vier Personen teilen sich in einen Gewinn von 700 ℳ. Davon bekommt A 2 Teile, B 3 Teile, C doppelt so viel wie A und D so viel als A und B zusammen. Wie viel erhält jeder?

Lösung.

Im ganzen wurden $2+3+4+5=14$ Teile gemacht. Jeder Teil ist $\frac{700}{14}=50$ ℳ. Somit erhielt A **100** ℳ, B **150** ℳ, C **200** ℳ und D **250** ℳ.

4. Oberpfalz. 1881.

156 ℳ sind so zu teilen, daß sich die Teile wie $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ verhalten; wie viel trifft auf jeden Teil?

Lösung.

I. $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=6:4:3$.
II. $6+4+3=13$.
III. $\frac{156}{13}=12$.
IV. Die Anteile sind $12\times 6=$ **72** ℳ, dann $12\times 4=$ **48** ℳ und $12\times 3=$ **36** ℳ.

7. Schwaben. 1888.

Drei Landwirte haben 190 Stück Schafe. Der zweite hat 3mal so viel als der erste und der dritte $\frac{1}{4}$mal so viel als der zweite. Wie viel hat jeder?

1. Lösung.

Die Anzahl der Schafe des ersten Landwirtes, die 3fache Anzahl desselben und $\frac{1}{4}$ der Anzahl, also die $4\frac{1}{4}$fache Anzahl ist 190. Es hatte demnach der erste **40 Schafe,** der zweite **120** und der dritte **30.**

2. Lösung.

Von je 19 Schafen gehören dem A 4, dem B 12 und dem C 3 Schafe. Somit besitzt A $190\times\frac{4}{19}=$ **40 Schafe,** B **120** und C **30.**

8. Mittelfranken. 1890.

Es sollen 365 ℳ so verteilt werden, daß C $37\frac{1}{2}$ % weniger als B und B $14\frac{2}{7}$ % mehr als A bekommt?

Lösung.

So oft A 7 ℳ erhält, erhält B 8 ℳ und C 5 ℳ, zusammen 20 ℳ. Da nun 365 ℳ zu verteilen sind, so bekommt jeder die bezeichnete Summe $\frac{365}{20}=18\frac{1}{4}$mal. Es erhält daher A $7\frac{1}{4}=$ **127¼** ℳ, B **146** ℳ, C $5\frac{1}{4}=$ **91¼** ℳ.

4. Unterfranken. 1891.

Drei Personen beginnen ein Geschäft. Die Einlage des A verhält sich zu der des B wie $1:1\frac{1}{2}$ und die des B zu der des C wie $4:5\frac{1}{3}$. Wenn nun der Gesamtgewinn 2000 ℳ beträgt und C 10 % desselben als besondere Gratifikation abziehen darf, wie viel erhält jeder vom Gewinn?

Lösung.

I. Die Einlagen verhalten sich wie 2:3:4.
II. Nach Abzug des Vorrechtes von C (200 ℳ) bleiben noch 1800 ℳ zu verteilen.
III. Hiervon erhält A $\frac{1}{9} \times 2 = \mathbf{400}$ ℳ, B **600** ℳ; C erhält im ganzen **1000** ℳ.

7. Schwaben. 1892.

Drei Hausfrauen beziehen miteinander ein Stück Leinwand. Hievon nimmt A $\frac{1}{4}$, B vom Reste die Hälfte und 2 m, C das übrige. A und B erhalten zusammen 32 m. Wie viele m erhielt jede?

Lösung.

Nachdem A $\frac{1}{4}$ der Leinwand bezogen hatte, nahm B $\frac{1}{8}$ der Leinwand und 2 m. A und B hatten $\frac{3}{8}$ der Leinwand und 2 m erhalten. Da diese Menge 32 m betrug, so waren $\frac{5}{8}$ der Leinwand 30 m. Demnach hatte das Stück 48 m und es erhielt A **12** m, B **20** m und C **16** m.

7. Unterfranken. 1888.

Bei einer Teilung erhielt A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$ der Hinterlassenschaft, C aber $\frac{7}{8}$ von dem Anteile des B, und es beträgt sein (des C) Anteil 550 ℳ weniger als der Anteil des A. Wie groß ist die Verlassenschaft?

Lösung.

I. A erhält $\frac{1}{3}$ der Verlassenschaft.
II. B erhält $\frac{1}{4}$ der Verlassenschaft.
III. C erhält $\frac{7}{32}$ der Verlassenschaft.
IV. Der Unterschied von $\frac{1}{3} - \frac{7}{32} = \frac{11}{96}$ der Verlassenschaft ist 550 ℳ.
V. Die Verlassenschaft beträgt $96 \times 50 = \mathbf{4800}$ ℳ.

7. Unterfranken. 1886.

A und B teilen eine gewisse Summe; A erhält $\frac{2}{5}$ derselben und $17\frac{1}{2}$ ℳ, B hingegen $\frac{5}{12}$ und $37\frac{1}{2}$ ℳ. Wie groß ist die zu verteilende Summe?

Lösung.

Da $\frac{5}{12}$ und $\frac{2}{5}$ d. i. $\frac{4}{10}$ der Summe und 55 ℳ die ganze Summe ausmachen, so müssen $\frac{1}{10}$ der Summe (als Ergänzung zum Ganzen) 55 ℳ sein. Es ist daher $\frac{1}{60}$ der Summe 5 ℳ, und diese selbst ist **300** ℳ.

1. Mittelfranken. 1890.

A, B und C legen eine gewisse Summe zusammen. B gibt $12\frac{1}{2}$ % mehr als A, C 400 ℳ mehr als A und B zusammen und erhält vom Gewinn, der 912 ℳ beträgt, 504 ℳ. Wie viel hat jede Person eingelegt?

Lösung.

So oft A 800 ℳ einlegt, gibt B 900 ℳ und C 2100 ℳ. (Wie oftmal jede dieser Summen zu nehmen ist, ergibt sich aus der Angabe nicht. Aber man findet, daß A vom Gewinne $\frac{912 \times 8}{38} = 192$ ℳ, B 216 ℳ und C 504 ℳ erhielt.)

5. Oberfranken. 1888.

Drei Personen teilen ein Faß Wein, wovon das hl 150 ℳ kostet. A bekam $\frac{1}{4}$ des Ganzen und 35 l, B $\frac{1}{5}$ des Ganzen und C das Übrige. C bezahlte 525 ℳ. a) Wie viele hl hält das Faß? b) Wie viel haben A und B bezahlt?

Lösung.

A. I. A und B haben $\frac{9}{20}$ des Faßinhaltes und 35 l bekommen, so daß für C $\frac{11}{20}$ des Faßinhaltes weniger 35 l übrig blieben.

II. Da C 525 ℳ bezahlte und 1 l 1,5 M kostete, so hat C 350 l erhalten.

III. Es waren $\frac{11}{20}$ des Fasses $350 + 35 = 385$ l; demnach hielt das Faß **7 hl.**

B. Es hat A 210 Liter à 1,5 ℳ erhalten, somit **315** ℳ bezahlt. B hat 140 l bekommen und **210** ℳ bezahlt.

1. Oberfranken. 1887.

Drei Personen teilen sich in eine gewisse Summe. A erhält $\frac{1}{3}$ derselben und 40 ℳ, B die Hälfte von A und C 360 ℳ. Wie groß ist die Summe, und wie viel erhält jeder?

Lösung.

A erhielt $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{6}$, zusammen $\frac{1}{2}$ der Summe und 60 ℳ. Für C blieb die Hälfte weniger 60 ℳ übrig. Da er 360 ℳ erhielt, so war die Hälfte der Summe $360 + 60 = 420$ ℳ und die ganze Summe **840** ℳ; A erhielt **320** ℳ, B **160** ℳ, C **360** ℳ.

4. Unterfranken. 1889.

A arbeitet 4 Wochen, B 5 Wochen, dagegen leistet A $12\frac{1}{2}$ % mehr als B. Der Gesamtverdienst beläuft sich auf 380 ℳ. Wie viel erhält jeder?

Lösung.

8 Männer mit der Leistung des A sind gleich 9 Männern mit der Leistung des B; daher zieht beim Verdienst A wöchentlich $\frac{9}{8}$mal so viel als B. In 4 Wochen zieht A $\frac{9}{2}$ und B in 5 Wochen 5 Teile, oder A 9 und B 10 Teile. Es erhält daher A $\frac{380}{19} \times 9 = 180$ ℳ und B **200** ℳ.

1. Oberfranken. 1894.

Ein Wohlthäter verteilte unter 9 dürftige Kinder, nämlich 4 Knaben und 5 Mädchen, 3840 ℳ. Die Knaben erhielten gleichviel, jedoch bekam jeder 25 % mehr als das älteste Mädchen. Wie viel erhielt dieses, wenn die Anteile der jüngeren Mädchen ebenfalls gleich, aber um 40 ℳ kleiner waren als der Teil des ältesten Mädchens?

Lösung.

I. Die 4 Knaben erhielten den 5fachen Betrag des ältesten Mädchens.

II. Hätten die jüngeren Mädchen je 40 ℳ mehr erhalten, so hätten sämtliche Mädchen gleiche Anteile erhalten. Die zu verteilende Summe hätte dann 4000 ℳ betragen.

III. Der 5fache Anteil des ältesten Mädchens für die Knaben und ebenso für die Mädchen, d. i. der 10fache Anteil des ältesten Mädchens betrug 4000 ℳ. Somit erhielt das älteste Mädchen **400 ℳ.**

1. Oberpfalz. 1893.

Die Personen A und B hatten sich an einem Geschäfte beteiligt. Die Zeiträume, während deren sie beteiligt waren, verhielten sich wie 7:10. Die Einlagen standen in einem solchen Verhältnisse, daß die Gewinnteile gleich wurden. — Wieviel hat jede der beiden Personen eingelegt, wenn die Einlage des A um 999 ℳ mehr betrug als die des B?

Lösung.

Die 7fache Einlage des A ist so groß wie die 10fache des B; somit hat A 999×7 voraus, B dagegen seine 3fache Einlage. Die Einlage des B ist somit $\frac{999 \times 7}{3} = \mathbf{2331}$ ℳ, diejenige des A $= \mathbf{3330}$ ℳ.

5. Unterfranken. 1881.

C hat 3 Teile, D 8 Teile zu bezahlen, beide zusammen 38,50 ℳ. Wie viel bezahlt jeder?

Lösung.

C bezahlt $\frac{38{,}50 \times 3}{11} = \mathbf{10}$ ℳ **50** ₰.

B bezahlt $38{,}50 - 10{,}50 = \mathbf{28}$ ℳ.

7. Schwaben. 1886.

Von zwei Personen wurden $36\frac{1}{2}$ m gekauft. Die eine Person bezahlte 20,15 ℳ, die andere 27,30 ℳ. Wie viele m nahm jede?

Lösung.

Die Teilung geschieht im Verhältnis $20{,}15 : 27{,}30 = 31 : 42$. Es nahm also die erste Person $36\frac{1}{2} \times \frac{31}{73} = \frac{31}{2} = \mathbf{15\frac{1}{2}}$ **m,** die andere **21 m.**

6. Schwaben. 1885.

Zwei Gläubiger erhalten zusammen 3400 ℳ. A hat 6000 ℳ zu fordern, B 2000 ℳ und Anspruch auf 25 % dieser Summe. Was erhält jeder?

Lösung.

A hat 6000 ℳ, B im ganzen $2000 + 500 = 2500$ ℳ zu fordern. Die Verteilung findet daher im Verhältnisse 12:5 statt. Somit erhält A $3400 \times \frac{12}{17}$ d. i. **2400 ℳ** und B erhält **1000 ℳ**.

2. Unterfranken. 1889.

A und B legen 2700 ℳ zusammen und erzielen 225 ℳ Gewinn. A erhält an Einlage und Gewinn 1560 ℳ zurück; was hat jeder eingelegt?

Lösung.

Da 2925 ℳ Einlage und Gewinn 2700 ℳ Einlage entsprechen, so hat die Einlage des A $\frac{1560 \times 2700}{2925} = \mathbf{1440}$ ℳ betragen. B hat **1260 ℳ** eingelegt.

5. Schwaben. 1885.

Zu 3000 ℳ gibt A $\frac{3}{10}$ der Summe und B gibt 10 % mehr als C. Wie viel erhält jeder vom Gewinn zu 2400 ℳ?

Lösung.

Da A $\frac{3}{10}$ der ganzen Einlage beiträgt, erhält er auch $\frac{3}{10}$ des Gewinnes, d. i. **720 ℳ**. In den Rest von 1680 ℳ teilen sich B und C im Verhältnisse von 11:10. Es erhält daher C $1680 \times \frac{10}{21} = \mathbf{800}$ ℳ und B erhält $1680 - 800 = \mathbf{880}$ ℳ. — (Die Angabe, daß 3000 ℳ eingelegt wurden, ist überflüssig.)

8. Unterfranken. 1892.

Es werden 100 ℳ teils in Fünf-, teils in Zwei-Markstücken bezahlt. Im ganzen sind es 32 Geldstücke; wie viel von jeder Sorte?

Lösung.

Hätte man nur Zweimarkstücke, so würden 32 Münzen 64 ℳ betragen. Es müssen daher 36 ℳ dadurch hinzukommen, daß statt Zweimarkstücken eine Anzahl Fünfmarkstücke, welche je 3 ℳ mehr gelten, genommen werden. Die Anzahl derselben ist $36 : 3 = 12$. Demnach sind die 32 Geldstücke **12 Fünfmark-** und **20 Zweimarkstücke.**

2. Niederbayern. 1888.

Es werden 250 ℳ teils in Zehnmark-, teils in Einmarkstücken ausbezahlt. Im ganzen gibt dies 43 Stücke; wie viel von jeder Sorte?

Lösung.

43 Zehnmarkstücke wären 430 ℳ, d. i. um 180 ℳ zu viel. Durch Auswechslung von je 1 Einmarkstück gegen 1 Zehnmarkstück wird der Überschuß um 9 ℳ geringer. Zur Minderung des ganzen Überschusses sind $189 : 9 = 20$ Einmarkstücke erforderlich. Man braucht daher zu 43 Stücken, um 250 ℳ zu erhalten, **23 Zehnmarkstücke** und **20 Einmarkstücke.**

3. Oberbayern. 1888.

4 Kinder bekommen miteinander 2,75 ℳ. Das erste Kind erhält $\frac{1}{5}$ davon, das zweite bekommt 8 ₰ mehr als das dritte und dieses 14 ₰ weniger als das vierte. Wie viel erhält jedes Kind?

Lösung.

Da das erste Kind 55 ₰ erhält, bleiben für die drei anderen Kinder noch 2,20 ℳ zu verteilen. Würde das zweite 6 ₰ mehr, das dritte 14 ₰ mehr erhalten, so würde die noch zu verteilende Summe 2,40 ℳ betragen, und es würde nun jedes den 3. Teil hievon, nämlich 80 ₰ erhalten. Es erhielt somit das erste Kind **55**, das zweite **74**, das dritte **66** und das vierte **80** ₰.

8. Oberpfalz. 1882.

50 ℳ sollen so geteilt werden, daß A 2 ℳ mehr als B, C aber 6 ℳ weniger als B erhält. Wie viel beträgt der Anteil eines jeden?

Lösung.

Wäre die zu verteilende Summe um 6 ℳ — 2 ℳ = 4 ℳ größer, also 54 ℳ, so würde jeder so viel wie B erhalten, nämlich 18 ℳ. Somit erhält A **20** ℳ, B **18** ℳ, C **12** ℳ.

4. Niederbayern. 1894.

Ein Erbteil von 2000 ℳ wurde unter 5 Geschwister so verteilt, daß jedes ältere 40 ℳ mehr bekam, als das nächst jüngere, wie viel bekam das älteste?

1. Lösung.

Nach Abzug von $40 + 2 \times 40 + 3 \times 40 + 4 \times 40 = 10 \times 40 = 400$ ℳ erhalten die 5 Geschwister gleichviel, nämlich je 320 ℳ. Somit erhalten sie der Reihe nach **320** ℳ, **360** ℳ, **400** ℳ, **440** ℳ und **480** ℳ.

2. Lösung.

Das dem Alter nach mittlere Kind erhält $2000 : 5 = \mathbf{400}$ ℳ. Die jüngeren Geschwister erhalten **360** ℳ und **320** ℳ, die älteren **440** ℳ und **480** ℳ.

6. Niederbayern. 1888.

Drei Personen teilen 3700 ℳ so, daß B 250 ℳ weniger als A und C 150 ℳ weniger als B bekommt; wie viel erhält jede Person?

Lösung.

Würde B um 250 ℳ und C um 400 ℳ mehr bekommen, dann wäre die zu verteilende Summe 4350 ℳ, und es würde jede Person so viel wie A, nämlich $4350 : 3 = \mathbf{1450}$ ℳ erhalten. In Wirklichkeit erhält A **1450** ℳ, B **1200** ℳ und C **1050** ℳ.

III. Prozentrechnungen.

2. Unterfranken. 1892.

Ein Kaufmann bezieht 900 Flaschen Wein à 1,50 ℳ; es wird ihm bei sofortiger Bezahlung ein Diskonto von 20 % gewährt; wie viel beträgt die Barzahlung?

Lösung.

Bei 20 % Diskonto kostet die Flasche 1,20 ℳ bar; 900 Flaschen kosten **1080 ℳ**.

4. Schwaben. 1881.

520 ℳ, nach 6 Monaten zahlbar, werden mit 5 % pro Jahr rabattiert (diskontiert!); wie viel bezahlt man?

Lösung.

I. ($\frac{6}{12} \times \frac{1}{2} \times 5 =$) $2{,}6 \times 5 = 13$ ℳ Diskonto.
II. $520 - 13 = \mathbf{507}$ ℳ Barzahlung.

5. Oberpfalz. 1895.

Ein Kaufmann hatte versäumt, einen Warenbetrag von 420 ℳ zu $12\frac{1}{2}$ % zu versteuern. Nun muß er zu der Steuer noch den 3fachen Betrag als Strafe zahlen. Wie viel hat er zu erlegen?

Lösung.

Der Kaufmann muß $12\frac{1}{2} \times 4 = 50$ % des Warenbetrages, d. i. **210** ℳ erlegen.

8. Unterfranken. 1889.

Jemand ist von seinem Wirte um $12\frac{1}{2}$ % gesteigert worden und muß jetzt 360 ℳ Miete bezahlen. Wie viel hat er vorher bezahlt?

Lösung.

Wenn die Miete vorher $\frac{8}{8}$ war, so ist sie jetzt $\frac{9}{8}$ ihres früheren Betrages. Da $\frac{9}{8}$ des früheren Betrages 360 ℳ sind, so war der frühere Betrag **320** ℳ.

4. Niederbayern. 1892.

Eine Gemeinde will sich eine neue Feuerlöschmaschine beschaffen. Der Fabrikant nimmt die alte um $6\frac{1}{4}$ % der neuen an und fordert noch 2625 ℳ; was kostet die neue Maschine?

Lösung.

Der Wert der alten Maschine wurde zu $\frac{15}{16}$ des Wertes der neuen berechnet; somit waren 2625 ℳ $\frac{1}{16}$ des Wertes der neuen Maschine, welche $\frac{2625}{15} \times 16 = 175 \times 16 =$ **2800** ℳ kostete.

1. Pfalz. 1885.

Das Kilogramm netto einer Ware kostet 1,30 ℳ. Die Bezahlung beträgt 1014 ℳ. Wie viel betrug das Bruttogewicht, wenn $7\frac{1}{7}$ % Tara berechnet werden?

Lösung.

Das Nettogewicht war $\frac{1820}{13} = 780$ kg. Da $7\frac{1}{7}$ % d. i. $\frac{1}{14}$ des Bruttogewichtes Tara war, so konnten nur $\frac{13}{14}$ des Bruttogewichtes verkauft werden. Somit war $\frac{1}{14}$ des Bruttogewichtes $\frac{780}{13} = 60$ kg, und das ganze Bruttogewicht betrug $14 \times 60 = \mathbf{840\ kg}$.

5. Unterfranken. 1891.

Jemand bezieht eine Ware, von welcher das Pfund mit 25 ₰ in Rechnung gestellt ist. Wie viel beträgt das Bruttogewicht, wenn 33⅓ % Tara und 10 % Diskonto gerechnet und 270 ℳ bezahlt werden?

Lösung.

I. Der Fakturabetrag war $270 \times \frac{10}{9} = 300$ ℳ.
II. Das Nettogewicht betrug $300 : 0{,}25 = 1200$ Pfund.
III. Das Bruttogewicht war $1200 \times \frac{3}{2} =$ **1800 Pfund.**

2. Oberpfalz. 1894.

Das Bruttogewicht einer Kiste mit Tabak beträgt 240 kg, die Tara beträgt 8⅓ %; 1 Pfund Tabak ist mit 75 ₰ berechnet. Wie viel beträgt die Barzahlung bei 5 % Diskonto?

Lösung.

I. Das Nettogewicht ist $240 - \frac{20}{1}\frac{0}{2}\frac{0}{0} = 220$ kg.
II. Diese werden mit $220 \times 1{,}50$ ℳ $= 330$ ℳ berechnet.
III. Der Diskonto ist $\frac{3}{2}\frac{3}{0}\frac{0}{0} = 16\frac{2}{3}$ ℳ.
IV. Die Barzahlung beträgt $330 - 16\frac{2}{3} = 313\frac{1}{3}$ ℳ.

5. Niederbayern. 1888.

Statt unter 120 soll eine Summe unter 150 verteilt werden; wie viele Prozente erhält jede weniger?

Lösung.

Anstatt 150 Teile erhielt später jede Person 120 Teile, d. i. um 30 weniger. Da 30 der 5. Teil von 150 sind, so sind sie gleich **20 %**.

6. Oberbayern. 1888.

Wie viele Prozente beträgt die wirkliche Steigerung, wenn der tägliche Lohn um die Hälfte erhöht, die tägliche Arbeitszeit um den vierten Teil verlängert wird?

1. Lösung.

Wenn stündlich zuerst der Lohn 10 verdient worden ist, so ist nach der Erhöhung der Verdienst für 1¼ Stunden 15 oder für 1 Stunde 12. Demnach ist die Erhöhung 2, somit $\frac{1}{5}$ des früheren Stundenlohnes, d. i. **20 %**.

2. Lösung.

Wenn bei einer (z. B.) 8stündigen Arbeit 12 ℳ verdient werden, so ist der Lohn für 1 Stunde 1,50 ℳ. Wenn dann bei einer 10stündigen Arbeit 18 ℳ erhalten werden, so ist der Lohn für jede Stunde 1,80 ℳ, also 0,30 ℳ mehr als 1,50 ℳ. Demnach beträgt die Erhöhung $\frac{0{,}30}{1{,}50}$ oder **20 %**.

3. Niederbayern. 1888.

Einem Gehalte von 1875 ℳ werden 225 ℳ zugelegt; wie viel Prozent?

Lösung.

Die Prozente sind: $\frac{225}{1875} \times 100 = 12$.

8. Oberpfalz. 1884.

Eine 10prozentige Steuer wird um 12½ % ihres Betrages erhöht. Wie viel Prozent beträgt nun die Steuer?

Lösung.

12½ % ist ⅛ des bisherigen Betrages von 10%, so daß der neue Betrag $10 \times \frac{1}{8} = 11\frac{1}{4}$ % beträgt.

5. Unterfranken. 1894.

Bei Barbezahlung gewährt A 10 % Diskonto (in 100); wie viele Prozente Rabatt (auf 100) gewährt B, wenn der Nachlaß der gleiche ist?

Lösung.

10% Diskonto von 1000 ℳ sind 100 ℳ. Damit bei 10% Rabatt auf 100 die gleiche Summe nachgelassen wird, muß die Schuldsumme 1100 ℳ sein. Der Nachlaß in Prozenten ist dann $\frac{100}{1100} \times 100 = 9\frac{1}{11}$ %.

10. Unterfranken. 1886.

Eine Partie Ware kostet nach Abzug von 25 ℳ Diskonto 575 ℳ; wie viel Prozent Diskonto wurden gewährt?

Lösung.

Die Schuld betrug 600 ℳ, der Diskonto 25 ℳ, somit waren die Prozente $\frac{25}{600} = 4\frac{1}{6}$ %.

8. Unterfranken. 1881.

Das einfache Briefporto betrug früher in Bayern 3 Kreuzer, jetzt ist es 10 Pfennige. Wie viel Prozent beträgt die Erhöhung?

Lösung.

I. 3 Kreuzer hatten den Wert von $\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}$ Pfennigen D. W.
II. Die Erhöhung beträgt $10 - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$ Pfennige d. i. ¼ der früheren Summe.
III. Die Prozente der Erhöhung sind somit **16¼**.

2. Oberpfalz. 1886.

Auf eine Rechnung im Betrage von 67,5 ℳ war eine Barzahlung von 64,80 ℳ bewilligt worden; wie viel Prozent betrug der Diskonto?

Lösung.

Der Abzug ist 2,70 ℳ; es wurden also von 67,5 ℳ Schuld 2,70 ℳ bewilligt oder $\frac{2,70}{67,5} \times 100 = 4$ %.

3. Oberpfalz. 1884.

Statt 360 ℳ wurden $1\frac{1}{2}$ Monate früher $356\frac{5}{8}$ ℳ bezahlt. Wie viel Prozent pro Monat betrug der Diskonto?

Lösung.

Für $1\frac{1}{2}$ Monate betrug der Diskonto im ganzen $3\frac{3}{8}$ ℳ, für 1 Monat $\frac{3}{8} : 1\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ℳ.
Der Diskonto für 100 ℳ und 1 Monat ist $\frac{1}{4} : 3{,}6 = \frac{10}{36} = \frac{5}{8}$ %.

5. Mittelfranken. 1892.

Der Gehalt eines Beamten wurde erst um 15 %, der so erhöhte Gehalt wieder um 20 % und 144 ℳ erhöht, so daß er jetzt 1800 ℳ beträgt. a) Wie groß war der anfängliche Gehalt? b) Um wie viele Prozente ist der anfängliche Gehalt im ganzen erhöht worden?

1. Lösung.

I. Nachdem der Gehalt um 15 % d. i. um $\frac{3}{20}$ des Betrages erhöht worden war, war er $\frac{23}{20}$.
II. Nach der weiteren Erhöhung um $\frac{1}{5}$ des bereits erhöhten betrug er das $\frac{23}{20} \times \frac{6}{5} = 1{,}38$fache des anfänglichen Gehaltes.
III. Das 1,38fache des anfänglichen Gehaltes betrug $1800 - 144 = 1656$ ℳ.
IV. Der anfängliche Gehalt war $\frac{1656}{1{,}38} = \mathbf{1200}$ ℳ.
V. Durch die Aufbesserung eines Gehaltes von 1200 auf 1800 ℳ betrug die Erhöhung **50 %**.

2. Lösung.

I. Der zuletzt um 20 % erhöhte Gehalt war ohne 144 ℳ gleich 1656 ℳ.
II. Er betrug vor dieser Aufbesserung $1656 \times \frac{5}{6} = 1380$ ℳ.
III. Da 1380 ℳ der um 15 % erhöhte anfängliche Gehalt war, so bezifferte dieser ursprüngliche Gehalt $\frac{1380}{115}\% \times 100 = \mathbf{1200}$ ℳ.
IV. Die Erhöhung betrug im ganzen die Hälfte des anfänglichen Gehaltes d. i. **50 %**.

2. Oberbayern. 1896.

(Nachträglich eingeschaltet.)

A erhält von 600 ℳ in 8 Jahren um 2 ℳ weniger Zins als den dritten Teil des Kapitals. Zu wie viel Prozent stand das Kapital im ersten Jahre aus, wenn es in jedem folgenden $\frac{1}{4}$ % mehr Zins trug?

Lösung.

Der 8jährige Zins betrug 198 ℳ. Die Zunahme um jährlich $\frac{1}{4}$ % war $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) \times \frac{1}{2} = 7$ ℳ für je 100 ℳ Kapital, somit 42 ℳ für 600 ℳ Kapital, so daß für den gleichmäßigen Zins für 8 Jahre 156 übrig blieben, d. i. $\frac{156}{8} = 3\frac{1}{2}$ ℳ für 1 Jahr und 100 ℳ. Der anfängliche Zinsfuß war also $3\frac{1}{2}$ %.

5. Oberpfalz. 1894.

A erspart monatlich 30 ℳ; B, dessen Einkommen um 10 % größer ist, legt denselben Verhältnisteil seines Einkommens wie A zurück, fängt aber um 2 Monate später zu sparen an. Nach wieviel Monaten hat B ebensoviel erspart als A?

Lösung.

I. Das Vermögen des B ist $\frac{11}{12}$ des Vermögens von A, somit erspart B monatlich 33 ℳ oder 3 ℳ mehr.
II. A ist um 60 ℳ voraus.
III. B holt die 60 ℳ in 60:3 = **20 Monaten** ein.

3. Oberbayern. 1881.

Die Gerste steht 25 % unter Weizen; wie viel Prozent steht der Weizen über der Gerste?

Lösung.

Gerste : Weizen = 3 : 4.
Weizen = $\frac{4}{3}$ = 133⅓ % d. i. **33⅓ %** höher als die Gerste.

3. Mittelfranken. 1885.

Wenn die geringere Sorte einer Ware 30 % niedriger steht als die bessere, um wie viel Prozent steht die bessere höher als die niedrigere?

Lösung.

Die bessere Ware kostet $\frac{70}{100}$ = $\frac{7}{10}$ des Preises der niedrigeren; somit entsprechen dem Preise von 100 der niedrigeren $100 \times \frac{10}{7}$ = 142⅞. Die bessere Ware steht also um **42⅞ %** höher als die niedrigere.

1. Oberfranken. 1891.

900 ℳ sind nach 7 Monaten und 600 ℳ nach 6 Monaten fällig. Bei barer Zahlung beträgt der Diskonto der letzten Summe 7½ ℳ weniger als bei der ersten. Wie viele Prozente sind per Jahr gerechnet worden, wenn dieselben bei beiden Summen gleich sind?

Lösung.

I. Der Jahres-Diskonto für 900 ℳ ist $9 \times \frac{7}{12} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$ mal die Prozente.
II. Für 600 ℳ beträgt der jährliche Diskonto $6 \times \frac{1}{2} = 3$ mal die Prozente.
III. Der Unterschied der $(5\frac{1}{4} - 3)$ fachen Prozente ist 7,5 ℳ.
IV. Die Prozente waren $7{,}5 : 2\frac{1}{4} = \frac{30}{9} = 3\frac{1}{3}$.

4. Oberfranken. 1888 und 8. Oberbayern. 1896.

Eine Rechnung wurde 7 Monate vor dem Verfalltage mit 315¼ ℳ bar bezahlt. Irrtümlicher Weise hat man aber bei der Berechnung 9 Monate angenommen, und dadurch war dem Empfänger ein Nachteil von 2⅛ ℳ erwachsen. Wie hoch war die Rechnung, und wie viel Prozent Diskonto sind pro Monat bewilligt worden?

Lösung.

Da für 2 Monate 2⅛ ℳ berechnet wurden, so hat der Diskonto für 1 Monat 1$\frac{1}{16}$ ℳ, für 9 Monate 9$\frac{9}{16}$ betragen. Die Rechnung lautete daher auf 325 ℳ. Der monatliche Diskonto in Prozent war $\frac{1}{16} \times \frac{16}{9} = \frac{1}{3}$ %.

4. Oberpfalz. 1893.

Das Geschäft A berechnet mir die Wagenladung zu 525 ℳ und bewilligt dabei 4 % Diskonto; das Geschäft B berechnet für die Wagenladung ebenfalls 525 ℳ und bewilligt dabei 5 % Rabatt (auf 100). — Um wieviele Prozente verkauft das Geschäft A billiger oder teuerer als das Geschäft B.?

Lösung.

Bei 4 % Diskonto ist der Nachlaß von 100 ℳ ganz allgemein $\frac{4}{104}$, bei 5 % Rabatt $\frac{5}{100}$. Der Unterschied beträgt bei 100 ℳ Schuld $100\ (\frac{5}{100} - \frac{4}{104}) = \frac{100 \times 4}{21 \times 25}$ $= \frac{16}{21}$ % d. h. bei 5 % Rabatt werden $\mathbf{\frac{16}{21}}$ % mehr bewilligt.

4. Oberpfalz. 1887.

Jemand verkauft eine Ware im Werte zu 1600 ℳ und eine andere zu 2000 ℳ. Bei der ersten gibt er 2 % Diskonto mehr als bei der zweiten. Die Barsumme ist 3424 ℳ. Wie viele Prozente werden bei jeder Ware bewilligt?

Lösung.

Wären bei der ersten Ware nicht 2 % mehr bewilligt worden, so wäre der Diskonto bei beiden Waren gleich, dagegen die Barsumme 3456 ℳ gewesen. Der Diskonto wäre dann 144 ℳ oder $\frac{144}{3600} = 4$ % gewesen. Es war demnach der Diskonto bei der ersten Ware **6** %, bei der zweiten **4** %.

6. Unterfranken. 1889.

Es kosten 12 Pfund Reis 3 ℳ und 15 Pfund Gries 4,50 ℳ. a) Wie viele Prozente ist der Gries teuerer als der Reis? b) Wie viele Prozente ist der Reis billiger als der Gries?

Lösung.

A. Es kostet 1 Pfund Reis 25 Pfennige und 1 Pfund Gries 30 Pfennige; also ist der Gries $1\frac{1}{5}$ mal so teuer als der Reis oder **20** % teuerer.

B. Der Reis kostet $\frac{5}{6}$ mal so viel als der Gries, ist somit um **16⅔** % billiger.

8. Unterfranken. 1883.

Für ein Anwesen werden 9300 ℳ bar oder 9600 ℳ nach 10 Monaten zahlbar geboten. Welcher Verkauf stellt sich bei Annahme eines 4 prozentigen Zinsfußes vorteilhafter dar, und wie viel beträgt die Differenz? (Es sind zwei verschiedene Lösungen richtig.)

1. Lösung (wobei 9300 ℳ prolongiert werden).

4 % p. a. $= \frac{1}{3}$ % per Monat und $\frac{1}{75}$ per 10 Monat. 9300 ℳ Kapital werfen in 10 Monaten $93 \times \frac{1}{75} = 310$ ℳ Zins ab, wachsen somit samt Zinsen zu 9610 ℳ an; folglich ist das **erste Angebot** nach 10 Monaten **10** ℳ mehr wert.

2. Lösung (wobei 9600 ℳ diskontiert werden).

Der Barwert von 9600 ℳ ist $9600 - \frac{96 \times 10}{3} = 9600 - 320 = 9280$ ℳ d. i. um **20** ℳ weniger als 9300 ℳ.

9. Schwaben. 1885.

Ein Buchhändler liefert Bücher und gibt bei 15 Exemplaren 1 Freiexemplar. Ein anderer gibt 6 % Diskonto. Welcher ist billiger und um wie viel Prozent?

Lösung.

Da der Diskonto in 100 gerechnet wird, so muß man auch beim Freiexemplar in 100 rechnen. Man darf also nicht rechnen, daß auf 15 bezahlte 1 Exemplar unbezahlt gegeben wurde, sondern daß in 16 bezogenen Exemplaren 1 frei war. Es macht daher das Freiexemplar $\frac{100}{16} = 6\frac{1}{4}$ % Nachlaß aus. Somit war der erste Buchhändler um $\frac{1}{4}$ % billiger.

7. Mittelfranken. 1883.

Wenn das Lagerbier 20 % mehr kostet als das Winterbier, und das Versandbier wieder 20 % mehr als das Lagerbier, wie hoch berechnet sich das hl Versandbier, wenn das Winterbier per Liter um 20 ₰ abgegeben wird?

Lösung.

Das Lagerbier kostet 24 ℳ und das Versandbier $24 \times \frac{6}{5} = 144 = \mathbf{28{,}80}$ ℳ.

IV. Zinsrechnungen.

9. Oberpfalz. 1887.

Ein Wucherer ließ sich für ein Darlehen von 40 ℳ täglich 3 ₰ Zins bezahlen; wie viel Prozent hat er verlangt?

Lösung.

Der Jahreszins ist 360 × 3 Pfennige oder 10,80 ℳ. . Der Zins für 1 ℳ Darlehen ist 0,27 ℳ, somit für 100 ℳ Darleben 27 ℳ oder **27** %.

2. Unterfranken. 1883.

Wie viel betragen heute (11. Oktober) die Zinsen von 60 ℳ, welche am 11. Januar d. J. in eine Sparkasse, die zu $3\frac{1}{3}$ % rechnet, einbezahlt wurden?

Lösung.

Die Zeit vom 11. Januar bis 11. Oktober beträgt $\frac{3}{4}$ Jahre. 60 ℳ Kapital tragen in $\frac{3}{4}$ Jahren so viel wie 45 ℳ in 1 Jahr. Somit sind die Zinsen $\frac{3}{4} \times \frac{10}{3} = 1{,}5$ ℳ.

5. Oberpfalz. 1882.

Eine Sparkasse verzinste früher die Einlagen mit $2\frac{1}{2}$ %, jetzt mit $3\frac{1}{2}$ %; wie viel jährlichen Zins erhielt man früher und wie viel jetzt für 210 ℳ Kapital?

Lösung.

Früher erhielt man $2{,}5 \times 2{,}1 = 5{,}25$ ℳ.
Jetzt erhält man $3{,}5 \times 2{,}1 = 7{,}35$ ℳ.

1. Oberpfalz 1888.

Eine Sparkasse verzinste früher die Einlagen mit $4\frac{1}{2}$ %, jetzt mit $3\frac{1}{2}$ %. Um wie viel betragen jetzt die Zinsen von 260 ℳ Kapital weniger?

Lösung.

Die Prozente sind jetzt um $1\frac{1}{4}$ weniger, daher ist die Einnahme von 260 ℳ Kapital um $\frac{1}{4} \times 2{,}6 = \frac{9{,}1}{3} = 3\frac{1}{10}$ ℳ geringer.

6. Oberpfalz. 1889.

Eine Sparkasse verzinste früher die Einlagen zu $3\frac{1}{2}$ %, jetzt nur zu $3\frac{1}{3}$ %. Wie viel beträgt der Unterschied der einfachen Zinsen von 480 ℳ in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

Lösung.

Der Zinsfuß ist $\frac{1}{6}$ % jetzt niedriger. 480 ℳ in $2\frac{1}{2}$ Jahren sind gleich 1200 ℳ in 1 Jahre. $12 \times \frac{1}{6} = 2$ ℳ Zinsen weniger.

2. Niederbayern. 1886.

Eine Sparkasse verzinst zu $3\frac{1}{2}$ %. Wie viel erhält ein Dienstbote, der zu Anfang des Jahres $122\frac{1}{2}$ ℳ eingelegt hat, am Ende des Jahres an Zins?

Lösung.

Der Zins ist $1{,}225 \times 3 + 1{,}225 \times \frac{1}{2} = 4{,}2875$ ℳ d. i. **4,28 ℳ**.

8. Unterfranken. 1888.

Ein zu 4 % ausgeliehenes Kapital hat in einer gewissen Zeit 421 ℳ Zinsen getragen. Wie viele Mark Zinsen hätte es in derselben Zeit zu 5 % getragen?

Lösung.

Das Kapital hätte „$\frac{1}{4}$" $= 105\frac{1}{4}$ ℳ mehr, also **526¼** ℳ Zinsen getragen.

3. Oberpfalz. 1881.

Ein Kapital wird samt den $1\frac{1}{2}$jährigen Zinsen mit 795 ℳ zurückbezahlt. Wie viel trifft hievon auf die Zinsen, wenn das Kapital zu 4 % ausgeliehen war?

Lösung.

I. 4% für $1\frac{1}{2}$ Jahre sind 6% für 1 Jahr. Demnach geben je 106 ℳ Zins und Kapital 6 ℳ Zins.

II. $\frac{795 \times 6}{106} = 7{,}5 \times 6 = 45$ ℳ Zinsen.

9. Schwaben. 1881.

200 ℳ tragen in $2\frac{1}{2}$ Jahren 35 ℳ; wie viel bringen 300 ℳ bei gleichem Zinsfuß in $1\frac{1}{2}$ Jahren?

Lösung.

I. $200 \times 2\frac{1}{2} = 500$ (auf 1 Jahr).
II. $300 \times 1\frac{1}{2} = 450$ (auf 1 Jahr).
III. Es bringen 300 ℳ in $1\frac{1}{2}$ Jahren $\frac{5}{160} \times 450 = \mathbf{31{,}5}$ ℳ Zinsen.

9. Niederbayern. 1885.

Zwei Kapitalien verhalten sich zu einander wie 5 : 3, und es bringt das erste zu 4 % im Jahre 100 ℳ Zinsen. Wie viel Zins bringt das andere zu 5 % in $\frac{2}{3}$ Jahren?

1. Lösung.

Um bei 4% jährlich 100 ℳ Zinsen zu tragen, muß das erste Kapital 2500 ℳ groß sein. Das zweite Kapital ist dann $2500 \times \frac{3}{5} = 1500$ ℳ. Dieses Kapital bringt bei 5% in $\frac{2}{3}$ Jahren $15 \times \frac{2}{3} \times 5 = \mathbf{50}$ ℳ Zins.

2. Lösung.

Die Verhältnisse der Kapitalien mit den Zinsfüßen und Zeiten vermehrt, geben das Verhältnis $(4 \times 5) : (3 \times 5 \times \frac{2}{3})$ d. i. 20 : 10. Da die Verhältniszahl des zweiten Kapitales nur die Hälfte des ersten ist, so ist auch das Zinserträgnis nur die Hälfte, nämlich **50** ℳ.

2. Oberpfalz. 1891.

Ein gewisses Kapital hat in $3\frac{1}{2}$ Jahren bei $3\frac{1}{2}$ % einen gewissen Zins ertragen. Wäre es 1 Jahr länger und zu 1 % höher ausgeliehen worden, so wäre der Zinsertrag um 100 ℳ mehr gewesen. Wie groß war der wirkliche Jahreszins?

Lösung.

Wäre das Kapital um 1% höher angelegt gewesen, so hätte es in $3\frac{1}{2}$ Jahren $3\frac{1}{2}$% mehr und im vierten Jahre $4\frac{1}{2}$%, somit im ganzen um 8% mehr getragen. Damit das Zinserträgnis 100 ℳ mehr wird, ist ein Kapital von $\frac{100}{8} \times 100 = 1250$ ℳ erforderlich. Der wirkliche Jahreszins war $\frac{12{,}5 \times 49}{4} = \mathbf{153{,}125}$ ℳ.

3. Oberpfalz. 1885.

Jemand zahlte vierteljährlich 45 ℳ Einkommensteuer, welche auf $4\frac{1}{2}$ % festgesetzt war; wie hoch war das Einkommen?

Lösung.

Für 1000 ℳ Einkommen werden bei 4,5% jährlich 45 ℳ Steuer bezahlt. Da aber diese Summe schon vierteljährlich bezahlt wird, so ist das Einkommen 4mal größer, also **4000** ℳ.

8. Oberpfalz. 1887.

Jemand will aus $4\frac{1}{2}$prozentigen Zinsen eines Kapitales eine Lebensversicherungsprämie zu 360 ℳ bezahlen, wie groß muß das Kapital sein?

Lösung.

Um 9 ℳ zu bezahlen, braucht man ein Kapital von 200 ℳ; um 360 ℳ mittels Zinsen zu bezahlen, braucht man ein Kapital von 40mal 200 ℳ d. i. **8000** ℳ.

10. Schwaben. 1885.

Welches Kapital trägt bei 5 % p. a. in 40 Tagen 1 ℳ Zins?

Lösung.

Das Kapital, welches in 40 Tagen 1 ℳ Zins bringt, trägt im Jahre 9 ℳ; es muß daher bei 5% das Kapital **180** ℳ betragen.

6. Oberbayern. 1885.

Die 7jährigen Zinsen eines 5prozentigen Kapitales sind um 3510 ℳ kleiner als dieses; wie groß ist das Kapital?

Lösung.

Da der Unterschied zwischen dem Kapital und den 7jährigen Zinsen (d. i. $\frac{7}{20}$ des Kapitales) $\frac{13}{20}$ des Kapitales beträgt, so berechnet sich dieses zu $\frac{3510 \times 20}{13} = \mathbf{5400}$ ℳ.

7. Unterfranken. 1895.

Ein zu 4 % angelegtes Kapital wurde nach 5 Jahren samt den einfachen Zinsen daraus zu 5 % angelegt und damit ein jährlicher Zins von 1200 ℳ erzielt. Wie groß war das anfänglich angelegte Kapital?

Lösung.

Die zu 5% angelegte Summe war $1200 \times 20 = 24000$ ℳ. Da je 100 ℳ des ursprünglichen Kapitales zu 120 ℳ angewachsen sind, so war jenes $\frac{24000}{120} \times 100 = \mathbf{20000}$ ℳ.

6. Schwaben. 1892.

Ein Schuldner hat 350 ℳ Zinsen bezahlt und ist noch mit $\frac{1}{8}$ derselben im Rückstande. Wie viel beträgt das entlehnte Kapital, wenn es mit 4 % verzinst werden muß?

Lösung.

Der ganze Zins beträgt $350 \times \frac{8}{7} = \mathbf{400}$ ℳ und das Kapital $\frac{400}{4} \times 100 = \mathbf{10000}$ ℳ.

6. Oberpfalz. 1888.

Wie groß ist jenes Kapital, welches früher 220 ℳ und jetzt, nachdem der Zinsfuß um $\frac{1}{2}$ % niedriger geworden ist, nur mehr 200 ℳ Jahreszins trägt?

Lösung.

Jeder halben Mark Minderung an Zins entsprechen 100 ℳ Kapital; demnach gehören zu einer Minderung von 20 ℳ Zins **4000** ℳ Kapital.

2. Niederbayern. 1889.

Der 4. Teil eines Kapitals ist zu 4 %, die Hälfte zu 3 % und der Rest zu 5 % p. a. belegt. Die Jahreszinsen tragen zusammen 300 ℳ. Welche Summe war ausgeliehen worden?

Lösung.

Je 400 ℳ Kapital tragen 4 ℳ, 6 ℳ und 5 ℳ, zusammen 15 ℳ Zinsen. Um 300 ℳ Zinsen zu erhalten, muß das Kapital $\frac{300}{15} \times 400 = \mathbf{8000}$ ℳ sein.

1. Pfalz. 1888.

Ein Rentner bezieht 650 ℳ Zinsen. Ein drittel seines Kapitales ist zu $4\frac{1}{2}$ % und der Rest zu 4 % ausgeliehen. Wie groß ist das Kapital?

Lösung.

Je 600 ℳ Kapital bringen $9 + 16 = 25$ ℳ Zinsen. Um 650 ℳ Zinsen zu erhalten, sind $\frac{650}{25} \times 600$ ℳ Kapital $= 26 \times 600 = \mathbf{15\,600}$ ℳ erforderlich.

4. Oberpfalz. 1888.

Ein Rentner hat $\frac{3}{4}$ seines Vermögens zu 4 %, den Rest zu $3\frac{1}{2}$ angelegt und bezieht im ganzen 3100 ℳ Zins. Wie groß ist sein Vermögen?

Lösung.

Je 800 ℳ tragen $24 + 7 = 31$ ℳ Zins. Demnach ist das Vermögen $\frac{3100}{31} \times 800 = \mathbf{80\,000}$ ℳ.

8. Oberpfalz. 1892.

Wie groß war das Kapital, welches 2 Jahre zu $3\frac{1}{2}$ %, 3 Jahre zu 4 % und 4 Jahre zu $4\frac{1}{2}$ % ausstand und 1110 ℳ Zinsen trug?

Lösung.

Je 100 ℳ trugen $7 + 12 + 18 = 37$ ℳ Zinsen. Hieraus folgt, daß das Kapital $\frac{1110}{37} \times 100 = \mathbf{3000}$ ℳ war.

3. Unterfranken. 1889.

Ein Kapital steht 7 Jahre im Zins und bringt im 1. Jahre 5 %, in den 2 folgenden Jahren je 4 % und im Reste der Zeit je $3\frac{1}{2}$ %. Der Kapitalist bezog für die 7 Jahre 540 ℳ Zinsen. Wie groß ist das Kapital?

Lösung.

Je 100 ℳ Kapital bringen in der angegebenen Zeit 27 ℳ Zinsen. Hiernach ist das Kapital $\frac{5400}{27} \times 100 = \mathbf{2000}$ ℳ.

8. Mittelfranken. 1889.

Jemand gewinnt an $\frac{1}{3}$ seines Geldes $4\frac{1}{2}$ %, an $\frac{2}{5}$ desselben $4\frac{3}{4}$ %, am Rest verliert er $4\frac{1}{5}$ %. Wie groß ist das Kapital, wenn der Gewinn im ganzen jährlich 102,60 ℳ beträgt?

Lösung.

Je 3000 ℳ Kapital bringen $45 + 57 - 33{,}6 = 68{,}4$ ℳ Gewinn. Hiernach berechnet sich das Kapital zu $\frac{3000}{68{,}4} \times 3000 = \frac{5}{6} \times 3000 = \mathbf{4500}$ ℳ.

4. Unterfranken. 1892.

Von 25000 ℳ steht ein Teil zu 5 % und der andere zu 4 % aus. Jährlich erhielt man 1120 ℳ Zinsen. Wie groß waren die Kapitalien?

Lösung.

Wäre das ganze Kapital zu 4% angelegt, so würde der Zins 1000 ℳ betragen. Da er 120 ℳ mehr ist, so waren **12000** ℳ zu 5% ausgeliehen und **13000** ℳ zu 4%.

5. Oberpfalz. 1888.

Wie viel bezahlt man für eine nach $2\frac{1}{2}$ Jahren zahlbare Schuld von 550 ℳ bei 4 % Rabatt?

Lösung.

4% p. a. sind nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 10%, somit ist der Barwert bei 110 ℳ Endsumme 100 ℳ, folglich für 550 ℳ Endsumme **500** ℳ.

5. Unterfranken. 1893.

Durch einen glücklichen Handel gewann ein Kaufmann $16\frac{2}{3}$ %; dadurch wuchs die verwendete Summe auf 2835 ℳ an. Wie groß war sein angelegtes Kapital?

Lösung.

Nach dem Handel betrug das Vermögen des Handelsmannes $\frac{5}{6}$ des früheren, $\frac{1}{6}$ beträgt 405; somit war das angelegte Vermögen **2430** ℳ.

9. Schwaben. 1892.

Welches Kapital wächst in 5 Jahren zu 5 % mit den einfachen Zinsen zu 5555 ℳ an?

Lösung.

Es wachsen je 100 ℳ zu 125 ℳ an. Zu einer Summe von 5555 ℳ ist ein Kapital von $\frac{5555}{1{,}25} = \mathbf{4444}$ ℳ erforderlich.

4. Oberbayern. 1888.

Der 5jährige Zins eines 4prozentigen Kapitales ist um 4320 ℳ kleiner als das Kapital. Wie groß ist dieses?

Lösung.

Das Produkt aus Zeit und Prozenten bilden $\frac{1}{5}$ des Kapitales. Dieses $\frac{1}{5}$ und 4320 ℳ sind so viel als das ganze Kapital. Somit sind $\frac{4}{5}$ des Kapitales 4320 ℳ; daraus folgt, daß das Kapital **5400** ℳ beträgt.

8. Schwaben. 1893.

4950 ℳ sind teils zu 4 %, teils zu 5 % ausgeliehen. Wie groß ist jeder der beiden Teile, wenn die betreffenden Zinsen einander gleich sind?

Lösung.

Bei gleichen Zinssummen verhalten sich die Teile umgekehrt wie die Prozente, also wie 5:4; daher ist der zu 4 % ausgeliehene Teil $4950 \times \frac{4}{9} = \mathbf{2750}$ ℳ, der andere Teil ist $4950 - 2750 = \mathbf{2200}$ ℳ.

1. Schwaben. 1881.

Zwei Kapitalien betragen zusammen 8000 ℳ. Ein Teil davon ist zu 5 %, der andere zu 4 % ausgeliehen. Die einjährigen Zinsen betragen 350 ℳ. Wie groß ist jedes Kapital?

Lösung.

Wäre das ganze Kapital zu 5 % ausgeliehen, so würden die Zinsen 400 ℳ betragen. Sie betragen 50 ℳ weniger. Dadurch, daß an Stelle von je 100 ℳ zu 5 % ein Kapital von 100 ℳ zu 4 % ausgeliehen worden ist, wurden die Zinsen je 1 ℳ weniger. Damit die Zinsen um 50 ℳ weniger wurden, waren 50×100 ℳ zu 4 % ausgeliehen. Folglich waren **3000** ℳ zu 5 % und **5000** ℳ zu 4 % ausgeliehen worden.

6. Schwaben. 1886.

Welches Kapital trägt in 12 Jahren zu 4 % ebensoviel Zins wie 700 ℳ in 10 Jahren zu 5 %?

Lösung.

Die beiderseitigen Produkte aus Kapital, Prozent und Anzahl der Jahre müssen einander gleich sein. Es ist daher das 48fache gesuchte Kapital 35000, somit das gesuchte Kapital $\frac{35000}{48} = 729\frac{1}{6}$ ℳ.

1. Oberpfalz. 1895.

Ein Rentier hat ein Kapital 3 Jahre zu 4 % und ein anderes 1200 ℳ größeres 4 Jahre zu $3\frac{1}{2}$ % ausgeliehen und zusammen 948 ℳ Zins eingenommen. Wie groß ist jedes Kapital?

Lösung.

1200 ℳ tragen in 4 Jahren bei $3\frac{1}{2}$ % an Zins $14 \times 12 = 168$ ℳ. Zieht man diesen von 948 ℳ ab, so bleiben 780 ℳ für zwei Kapitalien, von denen jedes so groß, wie das kleinere ist. Je 100 ℳ dieser beiden Kapitalien tragen $12 + 14 = 26$ ℳ Zins. Somit sind diese $\frac{780}{26} \times 200 = 6000$ ℳ. Demnach ist das kleinere Kapital **3000** ℳ, das größere $3000 + 1200 = \mathbf{4200}$ ℳ.

8. Mittelfranken. 1894.

Jemand hat ein Kapital 2 Jahre lang zu 4 % und ein anderes um 1000 ℳ größeres Kapital $3\frac{1}{2}$ Jahre zu 5 % ausgeliehen und im ganzen 1195 ℳ Zins eingenommen. Wie groß ist jedes Kapital?

Lösung.

I. Der Zins für 1000 ℳ, das $3\frac{1}{2}$ Jahre zu 5% aussteht, ist 175 ℳ. Zieht man diese von 1195 ℳ ab, so bleiben noch 1020 ℳ für zwei gleich große Kapitalien (von der Größe des kleineren).

II. Je 200 ℳ von der Größe des kleineren Kapitales tragen 8 + 17,5 ℳ Zinsen.

III. Demnach ist das kleinere Kapital $\frac{1020}{25{,}5} \times 100 = \mathbf{4000}$ ℳ, das größere **5000** ℳ.

5. Niederbayern. 1890.

Ein Spekulant beteiligt sich an zwei Geschäften mit zusammen 18000 ℳ. Das eine Kapital trägt 6%, das andere 8%, und deshalb wirft letzteres jährlich 460 ℳ mehr ab als ersteres. Wie viel hat er überall angelegt?

Lösung.

Wäre jedes Kapital 9000 ℳ, so wäre der Unterschied in den Renten 720 — 540 = 180 ℳ. Da aber das zweite Kapital noch um 460 — 180 = 280 ℳ mehr rentiert, so muß es größer sein als 9000 ℳ. Tauscht man 1000 ℳ zu 8% gegen 1000 ℳ zu 6% um, so beträgt der Unterschied in den beiderseitigen Renten 140 ℳ. Um den Bezug von 280 ℳ zu erhalten, waren 2000 ℳ zu 8% mehr als 9000 ℳ, sohin im ganzen **11000** ℳ angelegt. Das zu 6% angelegte Kapital betrug **7000** ℳ.

3. Pfalz. 1890.

Jemand hat 2 Kapitalien, welche zusammen 3275 ℳ betragen, zu 4% und 5% ausgeliehen. Wie groß sind dieselben, wenn sie zusammen 146,25 ℳ Zinsen bringen?

Lösung.

Wäre das ganze Kapital zu 4% angelegt, so würden die Zinsen 131 ℳ, also um 15,25 ℳ weniger betragen. Durch jedes Kapital von 100 ℳ zu 5% wird die Differenz um 1 ℳ vermindert. Zur Verminderung von 15,25 ℳ sind 1525 ℳ nötig; also betrug das zu 5% angelegte Kapital **1525** ℳ, das zu 4% ausgeliehene **1750** ℳ.

4. Oberfranken. 1892.

Ein Kapital beträgt mit seinen 4jährigen Zinsen 7200 ℳ, ein anderes doppelt so großes mit seinen 6jährigen Zinsen 15600 ℳ. Wie groß sind beide Kapitalien, und zu welchem Zinsfuße stehen sie aus?

Lösung.

Wäre das zweite Kapital so groß gewesen, wie das erste, so wäre es in 6 Jahren mit Zinsen zur Summe von 7800 ℳ angewachsen. Hieraus folgt, daß die 2jährigen Zinsen des kleinen Kapitales 600 ℳ, die 4jährigen 1200 ℳ sind. Das kleinere Kapital ist daher **6000** ℳ, das größere **12000** ℳ und der Zinsfuß **5%**.

6. Oberpfalz. 1887.

Der Unterschied zweier Kapitalien ist 400 ℳ, und es steht das kleinere 6 Monate zu 5%, das größere 9 Monate zu 4% aus. Wie groß war jedes Kapital, wenn sie zusammen 78 ℳ Zinsen tragen?

Lösung.

400 ℳ bringen in 9 Monaten zu 4% an Zinsen 12 ℳ. Für gleiche Teile der beiden anderen Kapitalien bleiben noch 66 ℳ. Nun tragen je 200 ℳ der beiden Kapitalien in den angegebenen Umständen $5 + 6$ ℳ $= 11$ ℳ Zinsen. Die gesamten Zinsen waren 6mal größer, also waren auch die Kapitalien 6mal größer. Es betrug daher das kleinere Kapital **1200 ℳ**, das größere **1600 ℳ**.

3. Oberfranken. 1889.

Der Unterschied zweier Schuldsummen, von denen die größere nach 9, die kleinere nach 8 Monaten fällig war, beträgt 300 ℳ, und bei barer Bezahlung beträgt der Diskonto 139 ℳ. Wie groß ist jede Schuldsumme, wenn für die größere $6\frac{2}{3}$% und für die kleinere 8% p. a. bewilligt wurden?

Lösung.

Zieht man von 139 ℳ den Diskonto für 300 ℳ (nämlich 15 ℳ) ab, so bleiben 124 ℳ als Diskonto für gleiche Summen, aber die eine für 9 Monate zu $6\frac{2}{3}$%, die andere für 8 Monate zu 8%. Die Produkte der Prozente und Zeiten sind 60 und 64. Nach diesen Verhältnissen müssen 124 ℳ geteilt werden. Hiernach trifft für die eine Summe 60 ℳ, für die andere 64 ℳ Diskonto. Für je 100 ℳ der kleineren Summe wurden für die Zeit von 8 Monaten $8 \times \frac{2}{3}$ ℳ Diskonto bewilligt. Sonach betrug dieser Teil der Schuld $64 \times \frac{3}{25} \times 100 = 1200$. Die beiden Schuldsummen waren also **1200 ℳ** und **1500 ℳ**.

5. Oberpfalz. 1893.

Ein gewisses 4prozentiges Kapital trägt in einer gewissen Zeit 720 ℳ Zinsen. In der gleichen Zeit würde ein um 1000 ℳ größeres Kapital bei $4\frac{1}{2}$prozentiger Verzinsung um 180 ℳ mehr Zinsen ertragen. Wie groß ist das erste Kapital, und in wie viel Jahren trägt es den angegebenen Zins?

Lösung.

Bei 1% hätte das erste Kapital $\frac{1}{4,5}$% $= 180$ ℳ Zins getragen, das zweite Kapital in der gleichen Zeit $\frac{720 + 180}{4,5} = 200$ ℳ, also 20 ℳ mehr. Diese 20 ℳ rühren von 1000 ℳ Kapital, welche bei 1% per Jahr 10 ℳ Zins und 20 ℳ in 2 Jahren tragen. Die beiden Kapitalien waren also **2 Jahre** lang ausgeliehen. Das erste Kapital war $\frac{1}{4,5}$% $\times 100 =$ **9000 ℳ** groß.

3. Oberfranken. 1888.

Jemand leiht ein Kapital zu 5% aus, wozu er sich 4500 ℳ zu 4% entlehnen muß. Nach 5 Jahren hat er einen Überschuß von 2100 ℳ; wie groß war das Kapital, das er selbst ausgeliehen hat?

Lösung.

4500 ℳ geben in 5 Jahren bei 1% Überschuß 225 ℳ. Der vom eigenen Kapital kommende Zins ist $2100 - 225 = 1875$ ℳ. Bei 5% gehört hiezu ein Kapital von $\frac{1}{1\frac{1}{4}}$% $\times 100 =$ **7500 ℳ**.

6. Oberpfalz. 1890.

Von drei Kapitalien bezieht jemand im ganzen 177 ℳ Jahreseinkommen. Das erste Kapital ist zu $3\frac{1}{2}$ % ausgeliehen, das zweite ist doppelt so groß als das erste und zu 4 % ausgeliehen, das dritte ist wieder doppelt so groß als das zweite und zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen. Wie groß ist jedes der Kapitalien?

Lösung.

Je 1400 ℳ Kapital bringen $7 + 16 + 36 = 59$ ℳ Zinsen. Da aber das Einkommen 3mal größer ist, so müssen die drei Kapitalien $3 \times 1400 = 4200$ betragen. Das erste derselben ist **600** ℳ, das zweite **1200** ℳ und das dritte **2400** ℳ.

5. Oberpfalz. 1889.

Von zwei Kapitalien, welche zusammen 4000 ℳ betragen, ist das eine zu 5 %, das andere zu 4 % ausgeliehen; das zu 5 % ausgeliehene wirft in 1 Jahr 2 ℳ mehr Zinsen ab als das andere. Wie groß ist dasselbe?

Lösung.

Zählt man von 4000 ℳ, da das 5prozentige Kapital 2 ℳ mehr an Zinsen trägt, je 200 ℳ ab, so bleiben 3600 ℳ im Verhältnisse 4:5 zu teilen. Hiedurch erhält man 1600 ℳ für das 5prozentige und 2000 ℳ für das 4prozentige Kapital. Die beiden Kapitalien betrugen im ganzen **1800** ℳ (5prozentig) und **2200** ℳ.

1. Oberfranken. 1892.

A hat 8000 ℳ in zwei Posten ausgeliehen, von denen der eine 2000 ℳ mehr beträgt als der andere. Der Zinsfuß des größeren verhält sich zu demjenigen des kleineren wie 7:8, und der Gläubiger erhält vom letzteren in $1\frac{1}{2}$ Jahren 82,5 ℳ weniger Zinsen als vom ersten. Wie viel Prozente erhielt er von jedem Kapitale?

Lösung.

I. Das größere Kapital war 5000 ℳ, das kleinere 3000 ℳ.

II. Wäre der Zinsfuß des größeren Kapitales 7 % und des kleineren 8 %, so würde letzteres in $1\frac{1}{2}$ Jahren $50 \times 7 \times \frac{3}{2} - 30 \times 8 \times \frac{3}{2} = 165$ ℳ weniger Zinsen getragen haben.

III. Da der Minderbetrag an Zinsen nur 82,5 ℳ, d. i. die Hälfte von 165 ℳ ist, so waren die Zinsfüße $\frac{1}{2} = \mathbf{3{,}5}$ % und $\frac{2}{2} = \mathbf{4}$ %.

11. Schwaben. 1885.

Zu wie viel Prozent tragen 1720 ℳ in gleicher Zeit ebensoviel Zinsen als 2150 ℳ zu 4 %?

1. Lösung.

Es tragen 2150 ℳ zu 4 % jährlich 86 ℳ. Damit 1720 ℳ ebenfalls 86 ℳ Zins tragen, müssen sie zu **5** % angelegt sein.

2. Lösung.

Die Kapitalien, welche in gleichen Zeiten gleich viel Zinsen tragen, verhalten sich umgekehrt wie die Zinsfüße; daher sind die gesuchten Prozente $\frac{4 \times 2150}{1720} = 5\,\%$.

1. Schwaben. 1887.

Der Zinsfuß eines Kapitales wurde $\frac{1}{2}\,\%$ tiefer gesetzt und so der jährliche Zins um 20 ℳ verringert. Nun trägt das Kapital 140 ℳ Zins. Welches Kapital ist dieses, und zu wie viel Prozent ist es ausgeliehen?

Lösung.

Je $\frac{1}{2}$ ℳ weniger Zins entsprechen 100 ℳ Kapital. Da die ganze Verringerung des Zinses 20 ℳ beträgt, so ist das Kapital **4000** ℳ. Dasselbe trug früher 160 ℳ Zinsen, war daher zu **4** % ausgeliehen, jetzt nur mehr zu **3½** %.

3. Unterfranken. 1882.

Wie viel Prozent wirft das Geld ab, wenn 375 ℳ mit Zinsen nach 3 Jahren mit $408\frac{3}{4}$ ℳ zurückbezahlt werden?

Lösung.

I. Der 3jährige Zins ist $408\frac{3}{4} - 375 = 25 + 8\frac{3}{4} = 33\frac{3}{4}$ ℳ.
II. Der jährliche Zins beträgt $33\frac{3}{4} : 3 = 11\frac{1}{4}$.
III. Der Zins von 100 ℳ Kapital ist $(11\frac{1}{4} : 3\frac{3}{4}) = 11\frac{1}{4} : 3\frac{3}{4} = \frac{9}{4} : \frac{9}{4} = 3\,\%$.

8. Unterfranken. 1893.

Ein um 25000 ℳ gekauftes Geschäft wirft in $2\frac{1}{2}$ Jahren 5000 ℳ ab; wie viel Prozent p. a. wurden gewonnen?

Lösung.

Die jährlichen Renten sind 2000 ℳ. Da 25000 ℳ 2000 ℳ abwerfen, so werden mit 25 ℳ Kapital 2 ℳ und mit 100 ℳ Kapital 8 ℳ d. i. **8** % gewonnen.

2. Oberfranken. 1894.

Jemand hatte 4000 ℳ 4 Jahre lang und 5000 ℳ 6 Jahre lang ausgeliehen und nahm dafür zusammen 2220 ℳ Zinsen ein. Zu wie viel war jedes Kapital ausgeliehen, wenn der Zinsfuß des zweiten $\frac{1}{2}\,\%$ höher war als der des ersten?

Lösung.

Der Mehrertrag des zweiten Kapitales an Zinsen infolge des $\frac{1}{2}\,\%$ höheren Zinsfußes betrug $50 \times 6 \times \frac{1}{2} = 150$ ℳ. Bei gleichem, niedrigerem Zinsfuß trugen die beiden Kapitalien $2220 - 150 = 2070$ ℳ Zinsen. Bei je 1 % wären die Jahreszinsen $160 + 300 = 460$ ℳ gewesen. Sie waren aber 4,5mal größer, daher betrug der niedrigere Zinsfuß **4½** %, der größere **5** %.

3. Unterfranken. 1890.

Von zwei Schuldsummen, welche 280 ℳ und 327 ℳ betragen, verhalten sich die 2jährigen Rabatte zu einander wie 10:9. Wie viele Prozente sind bei der zweiten Summe bewilligt worden, wenn an der ersten 6 % gewährt wurden?

Lösung.

I. Der ganze Rabatt bei der ersten Summe war $\frac{280 \times 12}{112} = 30$ ℳ.
II. Der Rabatt für die zweite Summe war $30 \times \frac{9}{10} = 27$ ℳ.
III. Die Barzahlung für die zweite Summe war 300 ℳ.
IV. Die Rabattprozente für die zweite Summe waren 9 ℳ für 2 Jahre, somit 4½ % für je 1 Jahr.

4. Niederbayern. 1890.

Nach wie viel Jahren verdoppelt sich ein zu 4½ % ausstehendes Kapital durch einfache Zinsen?

Lösung.

Die Zahl der Jahre wird erhalten, wenn man 100 durch 4½ dividiert. Hiedurch erhält man 22½ Jahre $\left(\frac{\text{C. p. n.}}{100} = \text{C}\right)$; oder man nimmt ein beliebiges Kapital z. B. 200 ℳ. Dieses bringt jährlich 9 ℳ Zinsen. Bis man 200 ℳ Zinsen erhält, sind $4\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$ Jahre erforderlich.

3. Niederbayern. 1886.

Wie lange muß ein Kapital zu 3½ % ausstehen, bis die einfachen Zinsen dem Kapital gleich sind?

Lösung.

Die Anzahl der Jahre wird erhalten, wenn man 100 durch 3,5 dividiert. $\frac{100}{3,5} = 28\frac{4}{7}$ Jahre. $\left(\frac{\text{C} \times 3,5 \times \text{x}}{100} = \text{C}.\right)$

7. Schwaben. 1894.

B hatte 550 ℳ zu 6 % entlehnt. Er zahlte 561 ℳ zurück. Wie viele Monate lang hatte er das Darlehen?

Lösung.

B hat 561 — 550 = 11 ℳ Zins bezahlt. Der Jahreszins hätte 33 ℳ betragen. Somit hatte B das Darlehen nur ⅓ Jahr = **4 Monate.**

1. Oberpfalz. 1884.

A hatte 1050 ℳ zu 6 % entliehen; er bezahlte 1071 ℳ zurück. Wie viele Monate hatte er das Darlehen?

Lösung.

Der Zins betrug 21 ℳ, der monatliche Zins war 5,25 ℳ; die Zahl der Monate, in welchen das Geld entlehnt war, betrug 21:5¼ = **4 Monate.**

8. Mittelfranken. 1885.

Ein Kapital von 750 ℳ wächst mit den $4\frac{1}{2}$prozentigen Zinsen zu 772,50 ℳ an. Wie lange stand es aus?

Lösung.

Der jährliche Zins von 750 ℳ bei $4\frac{1}{2}$% ist $30 + 3{,}75 = 33{,}75$ ℳ. Es haben sich aber nur 22,50 ℳ Zinsen ergeben. Diese sind nur $\frac{2}{3}$ von 33,75 ℳ; somit stand das Kapital auch nur $\frac{2}{3}$ **Jahre** = 8 Monate aus.

4. Oberbayern. 1881.

Jemand erhielt von seinem Gläubiger $\frac{1}{3}$ der Zinsen nachgelassen von einem Kapitale von 500 Thalern zu 4 %; er brauchte nur 140 ℳ zu bezahlen. Wie lange war das Kapital zu verzinsen?

Lösung.

I. $\frac{2}{3}$ der Zinsen sind 140 ℳ, somit hätten die vollen Zinsen 210 ℳ betragen.
II. 500 Thaler bei 4% bringen jährlich 60 ℳ Zinsen.
III. $\frac{210}{60} = 3\frac{1}{2}$ Jahre.

5. Oberpfalz. 1890.

In einer gewissen Zeit hat jemand von 300 ℳ zu $3\frac{1}{2}$% und von 400 ℳ zu $4\frac{1}{2}$% im ganzen $99\frac{3}{4}$ ℳ an Zinsen bezogen; in welcher Zeit?

Lösung.

Der jährliche Zins war $10\frac{1}{2} + 18 = 28\frac{1}{2}$ ℳ. Um $99\frac{3}{4}$ ℳ Zinsen einzunehmen, waren $99\frac{3}{4} : 28\frac{1}{2} = \frac{399}{4} \times \frac{2}{57} = 3\frac{1}{2}$ **Jahre** erforderlich.

6. Unterfranken. 1895.

In welcher Zeit bringt ein Kapital zu 4 % 4 ℳ Zinsen, wenn dasselbe Kapital in 16 Tagen zu 3 % 2 ℳ Zinsen trug?

Lösung.

Das gleiche Kapital trägt bei 3% in 32 Tagen 4 ℳ Zinsen. Bei gleichen Zinsen und Kapitalien verhalten sich die Zeiten umgekehrt wie die Prozente, oder sind die Produkte aus Prozenten in die Zeiten einander gleich. Daher ist das 4fache der gesuchten Zeit $32 \times 3 = 96$, und die gesuchte Zahl der **Tage** ist **24**.

7. Schwaben. 1893.

Wie lange war ein zu 4 % sich rentierendes Kapital ausgeliehen, wenn sich das anfängliche zu dem um die einfachen Zinsen vermehrten Kapital wie 100:114 verhielt?

Lösung.

100 ℳ Kapital haben jährlich um 4 ℳ sich vermehrt. Zur Vermehrung um 14 ℳ sind $\frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}$ **Jahre** erforderlich.

6. Niederbayern. 1892.

A leiht 900 ℳ zu 4 % aus und 5 Jahre später 4800 ℳ zu 5 %. Wie lange dauert es, bis die Zinsen des zweiten Kapitales 4mal so groß sind, wie die des ersten?

Lösung.

I. Das erste Kapital hat, ehe das zweite fruchtbar zu werden anfing, schon $9 \times 4 \times 5 = 180$ ℳ Zinsen getragen. Der 4fache Betrag hievon ist 720 ℳ.
II. Das erste Kapital bringt jährlich 36 ℳ Zinsen, deren 4facher Betrag 144 ℳ ist.
III. Das zweite Kapital trägt jährlich 240 ℳ, d. i. um 96 ℳ mehr als der 4fache Betrag der jährlichen Zinsen des ersten Kapitales.
IV. Um mit diesem Überschuß 720 ℳ einzubringen, sind für das zweite Kapital $720 : 96 = 7\frac{1}{2}$ **Jahre** erforderlich (im ganzen $12\frac{1}{2}$ Jahre).

4. Pfalz. 1892.

Ein Kapital von 1280 ℳ wird zu 5 % ausgeliehen. Nach 5 Jahren wird ein anderes Kapital von 2475 ℳ zu 4 % ausgeliehen. Nach wie viel Jahren haben beide Kapitalien gleichviel Zinsen getragen?

Lösung.

Ehe das zweite Kapital zinstragend wird, hat das erste Kapital bereits 320 ℳ Zinsen gebracht. Dagegen trägt das zweite Kapital jährlich $99 - 64 = 35$ ℳ mehr Zinsen. Um den Vorsprung von 320 ℳ einzuholen, sind für das zweite Kapital $320 : 35 = 9\frac{1}{7}$ **Jahre** erforderlich.

1. Oberpfalz. 1890.

Wenn man heute ein Kapital von 3000 ℳ zu 3 % und 4 Jahre später ein Kapital von 4000 ℳ zu 4 % ausleihen würde, nach welcher Zeit — von heute an gerechnet — würde man von beiden Kapitalien gleich viel Zins bezogen haben?

Lösung.

In den 4 Jahren, um welche 3000 ℳ früher angelegt wurden, hat sich ein Zins von 360 ℳ ergeben, welche das zweite Kapital mit einer jährlichen Mehreinnahme zu 70 ℳ einbringen muß. Hiezu sind $360 : 70 = 5\frac{1}{7}$ Jahre erforderlich, d. i. von heute an **$9\frac{1}{7}$ Jahre.**

6. Mittelfranken. 1885.

Jemand leiht 810 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % und nach 3 Jahren 1100 ℳ zu 4 % aus. Wie viele Jahre müssen beide Kapitalien ausstehen, bis sie gleichen Zins getragen haben?

Lösung.

810 ℳ Kapital liefern bei $4\frac{1}{2}$ % jährlich 36,45 ℳ Zins; 1100 ℳ Kapital bei 4 % jährlich 44 ℳ Zins d. i. 7,55 ℳ mehr. Bis aber das zweite Kapital zinstragend wird, hat das erste bereits 109,35 ℳ gebracht. Um diese Summe einzuholen, muß das zweite Kapital $\frac{109{,}35}{7{,}55}$ Jahre oder nahezu $14\frac{1}{2}$ Jahre ausgeliehen sein. Demnach muß das erste Kapital **$17\frac{1}{2}$**, das zweite **$14\frac{1}{2}$** Jahre ausstehen (oder genauer das erste Kapital $17\frac{11}{151}$, das zweite $14\frac{11}{151}$ Jahre).

5. Mittelfranken. 1891.

Ein Kapitalist leiht 2500 ℳ zu $4\frac{1}{2}$ % und 4 Jahre später 4000 ℳ zu 5 % aus. Wie lange muß das letztere Kapital neben dem anderen ausstehen, bis es ebensoviel Zinsen getragen hat, wie das erste?

Lösung.

Das erste Kapital bringt in 4 Jahren 450 ℳ Zinsen. Das zweite Kapital trägt jährlich 87,5 ℳ mehr Zinsen. Um hiemit 450 ℳ einzubringen, sind für das zweite Kapital $450 : 87{,}5 = 5\frac{1}{7}$ **Jahre** erforderlich.

5. Oberfranken. 1885.

Jemand leiht 600 ℳ zu 4 % und 2 Jahre später 2400 ℳ zu 5 % aus. Wie lange dauert es, bis die Zinsen des zweiten Kapitales 2mal so groß sind, als die des ersten?

Lösung.

In den ersten 2 Jahren waren 600 ℳ allein angelegt und haben 48 ℳ Zinsen gebracht. Dieser Vorsprung und der jährliche Zins von 600 ℳ wird aber verdoppelt, weshalb als Vorsprung 96 ℳ und als Zins 48 ℳ zu rechnen sind. Das zweite Kapital trägt jährlich 120 ℳ Zins, d. i. 72 ℳ über 48 ℳ. Um mit diesem Mehrertrag den Vorsprung von 96 ℳ einzubringen, sind $\frac{96}{72} = 1\frac{1}{3}$ Jahre erforderlich. Es steht also das erste Kapital **$3\frac{1}{3}$ Jahre**, das zweite **$1\frac{1}{3}$ Jahre** aus.

3. Unterfranken. 1894.

Zwei Kapitalien verhalten sich wie 4 : 5. Das erste bringt in 2 Jahren zu 5 % 80 ℳ Zins. In welcher Zeit wird das zweite zu 4 % 200 ℳ Zins bringen?

Lösung.

I. Das erste Kapital ist $\frac{80}{10} \times 100 = 800$ ℳ.
II. Das zweite Kapital beträgt 1000 ℳ.
III. Der jährliche Zins von 1000 ℳ Kapital ist 40 ℳ.
IV. Zu 200 ℳ Zins sind **5 Jahre** erforderlich.

4. Mittelfranken. 1892.

Ein Kapital ist zu 4 % ausgeliehen. Wird $\frac{1}{5}$ des Kapitales durch die Zahl für die einjährigen Zinsen dividiert, und wird 9 zum Quotienten addiert, so erhält man die Zahl für die Zinsen des Kapitales? Wie viel Zinsen sind das, und wie groß ist das Kapital?

Lösung.

I. Die 4prozentigen Zinsen sind $\frac{1}{25}$ des Kapitales.
II. $\frac{1}{5}$ des Kapitales, durch $\frac{1}{25}$ desselben dividiert, gibt 5.
III. Die Zinsen des Kapitales sind so viele Mark als $5 + 9 = 14$ Einheiten enthält, betragen also **14** ℳ.
IV. Das Kapital ist $14 \times 25 = \mathbf{350}$ ℳ.

V. Terminrechnungen.

7. Unterfranken. 1892.

Es sollen bezahlt werden: 300 ℳ nach 1 Monat, 400 ℳ nach 2 Monaten und 500 ℳ nach 3 Monaten; welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Lösung.

Der mittlere Zahlungstermin ist $\frac{3+8+15}{12} = \frac{26}{12} = 2\frac{1}{6}$ **Monate.**

8. Schwaben. 1881.

Jemand soll 3000 ℳ nach 6 Jahren, 400 ℳ nach 8 Jahren und 500 ℳ nach 10 Jahren bezahlen. Wann kann er ohne Schaden alle 3 Summen auf einmal bezahlen?

Lösung.

$\frac{3\times 6+4\times 8+5\times 10}{3+4+5} = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3}$ **Jahre.**

9. Unterfranken. 1888.

Es soll jemand 600 ℳ bar und 1000 ℳ nach 7 Monaten bezahlen. Wann ist die gemeinsame Verfallzeit?

Lösung.

$\frac{7\times 10}{16} = 4\frac{3}{8}$ **Monate** nach heute.

7. Oberpfalz. 1888.

Am 1. Januar soll ich 1200 ℳ und am 1. September 2000 ℳ bezahlen. An welchem Tage kann ich beide Summen bezahlen, ohne mein und meines Gläubigers Interesse zu schädigen?

Lösung.

$\frac{8\times 20}{32} = 5$ Monate nach dem 1. Januar, d. i. am **1. Juni.**

5. Oberpfalz. 1885.

Es sollen bezahlt werden: 500 ℳ nach 3 Monaten, 600 ℳ nach 4 Monaten und 700 ℳ nach 5 Monaten. Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Lösung.

I. $15 + 24 + 35 = 74$.

II. $74 : 18 = 4\frac{1}{9}$ **Monate.**

6. Oberpfalz. 1883.

A soll 200 ℳ sofort, 200 ℳ nach 3 Monaten und 200 ℳ nach 7 Monaten bezahlen. Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Lösung.

Da die Teilzahlungen einander gleich sind, so ist der mittlere Zahlungstermin $\frac{3+7}{3} = 3\frac{1}{3}$ **Monate** nach Beginn des Schuldverhältnisses.

8. Oberbayern. 1885.

Von einer Schuld wird $\frac{1}{6}$ am 1. Januar, $\frac{1}{4}$ am 16. Februar und der Rest am 1. Mai bezahlt; welches ist der mittlere Verfalltag?

Lösung.

Angenommen, die Schuld betrage 2400 ℳ, so werden 400 ℳ am 1. Januar, 600 ℳ $1\frac{1}{2}$ Monat später und 1400 ℳ um 4 Monate später bezahlt. Hieraus ergibt sich als mittlerer Verfalltag $\frac{9+56}{24} = \frac{65}{24}$ Monate $= \frac{65 \times 5}{4} = \frac{325}{4} = 81\frac{1}{4}$ Tage nach Neujahr, d. i. der **22. März.**

3. Oberfranken. 1891.

Von zwei Schuldsummen betrug jede 1625 ℳ, und für jede war die Barzahlung 1560 ℳ. Bei der ersten wurden 6 %, bei der zweiten 5 % (auf 100) berechnet. Welche Zeit vor dem Verfalltage hat in beiden Fällen die Barzahlung stattgefunden?

Lösung.

Der Rabatt betrug in beiden Fällen 65 ℳ im ganzen. Der monatliche Rabatt bei der ersten Summe ist $15{,}6 \times \frac{1}{2} = 7{,}8$ ℳ. Um 65 ℳ zu erhalten, waren $65 : 7{,}8 = 50 : 6 = 8\frac{1}{3}$ **Monate** Verfallzeit nötig. Bei der zweiten Summe ist der monatliche Rabatt $15{,}6 \times \frac{5}{12} = 6{,}5$ ℳ. Hiernach war die Verfallzeit $65 : 6{,}5 =$ **10 Monate.**

5. Oberfranken. 1894.

Nach einer gewissen Zeit sind 400 ℳ und $\frac{2}{3}$ Jahre später 600 ℳ zu zahlen. Beide Posten werden nach $1\frac{1}{4}$ Jahren bei 4 % mit $5\frac{2}{3}$ ℳ Zins abgetragen. Wann waren die Zahlungstermine für beide Posten?

Lösung.

I. Da für 1000 ℳ $5\frac{2}{3}$ ℳ Verzugszinsen bezahlt wurden, so war der gemeinsame Zahlungstermin um $5\frac{2}{3} : \frac{10}{3} = \frac{17}{10}$ Monate früher, nämlich nach $15 - 1{,}7 = 13{,}3$ Monate.

II. Wäre das zweite Kapital 8 Monate früher, also gleichzeitig mit 400 ℳ fällig gewesen, so hätte der 10fache Termin $13{,}3 \times 10 + 8 \times 6 = 181$ Monate betragen.

III. Das erste Kapital war nach $181 : 10 =$ **18,1 Monaten,** das zweite nach **10,1 Monaten** fällig.

4. Oberpfalz. 1885.

Wie viele Monate früher werden bei 6 % (p. a.) Diskonto statt 800 ℳ 792 ℳ bezahlt?

Lösung.

Der monatliche Diskonto für 800 ℳ Schuld ist 4 ℳ. Der ganze Diskonto ist 8 ℳ; daher erfolgte die Zahlung $8 : 4 =$ **2 Monate** früher.

4. Schwaben. 1888.

Es sollen 4000 ℳ nach 6 Monaten bezahlt werden. Man bezahlt aber die Hälfte nach 2 Monaten; wie lange kann man den Rest behalten?

Lösung.

Da die eine Hälfte 4 Monate vor dem Zahlungstermin bezahlt wurde, darf man die andere Hälfte 4 Monate über die Verfallzeit, also im ganzen **10 Monate** behalten.

2. Oberfranken. 1890.

Von zwei Rechnungen wurde die eine nach Abzug von 8 % jährlichem Diskonto mit 672 ℳ, die andere nach Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Diskonto mit 1552 ℳ bar bezahlt. Wann war die zweite Rechnung fällig, wenn der Verfalltag der ersten nach 10 Monaten eintrat, und der Diskonto in beiden Fällen gleich viel betrug?

Lösung.

I. 8 % p. a. sind $6\frac{2}{3}$ % für 10 Monate. Hiernach berechnet sich die erste Schuldsumme zu $\frac{672}{93\frac{1}{3}} \times 100 = \frac{672 \times 30}{28} = 24 \times 30 = 720$ ℳ.

II. Der ganze Diskonto für jede der beiden Rechnungen ist $720 - 672 = 48$ ℳ.

III. Die zweite Rechnung lautete auf $1552 + 48 = 1600$ ℳ.

IV. Der monatliche Diskonto für 1600 ℳ bei $4\frac{1}{2}$ % ist 6 ℳ.

V. Da der ganze Diskonto 48 ℳ betrug, so waren $48 : 6 = 8$ **Monate** Zeit erforderlich.

3. Oberfranken. 1893.

Jemand soll eine Schuld von 3000 ℳ wie folgt abtragen: 1000 ℳ nach 1 Jahr, 1500 ℳ nach 2 Jahren und nach einer gewissen Zeit den Rest. Er zahlt die ganze Summe auf einmal nach $2\frac{2}{5}$ Jahren. Hiebei muß er jedoch 5 %, nämlich 60 ℳ, Verzugszinsen entrichten. Wann war der Rest zu bezahlen?

Lösung.

I. Da 60 ℳ Verzugszinsen bezahlt worden sind, so war der mittlere Zahlungstermin um $60 : 30 \times 5 = \frac{2}{5}$ Jahre vor dem Zahltage, d. h. er betrug im ganzen 2 Jahre.

II. Da 1000 ℳ 1 Jahr vor dem mittleren Termine bezahlt wurden, so war der Rest von 500 ℳ nach **4 Jahren** (vom Beginne des Vertrages) zu bezahlen.

7. Oberpfalz. 1886.

Jemand soll 300 ℳ nach 7 Monaten, 400 ℳ nach 8 Monaten und 500 ℳ nach 9 Monaten bezahlen. Nach einem neuen Vertrage aber bezahlt er 400 ℳ sofort; wann ist der Rest zu erlegen, wenn der neue Vertrag weder dem Schuldner noch dem Gläubiger Vorteil oder Nachteil bringen soll?

Lösung.

Der Termin für die Restzahlung ist $\frac{3\times7+4\times8+5\times9}{8} = 12\frac{1}{2}$ **Monate** nach der sofortigen Barzahlung von 400 ℳ.

4. Oberpfalz. 1884.

Es sollen bezahlt werden: 300 ℳ nach 4 Monaten, 500 ℳ nach 6 Monaten, 700 ℳ nach 8 Monaten. Nach einem neuen Vertrag werden 1000 ℳ sogleich bezahlt. Wann muß der Rest bezahlt werden?

Lösung.

Der Zahlungstermin ist $\frac{3\times4+5\times6+7\times8}{5} = \frac{98}{5} = 19{,}6$ **Monate.**

5. Oberfranken. 1889.

Jemand hat nach $4\frac{1}{2}$ Monaten 815 ℳ und später 744 ℳ zu bezahlen. Bezahlt er gleich, so hat er nur 1520 ℳ zu entrichten, da ihm für diesen Fall 5 % Rabatt p. a. (auf 100) gewährt werden. Nach wie viel Monaten war die zweite Summe zu bezahlen?

Lösung.

I. Es werden für 100 ℳ Schuld, welche nach $4\frac{1}{2}$ Monaten fällig sind, $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ ℳ Rabatt bewilligt.

II. Die Barzahlung für obige 815 ℳ war $\frac{815\times100}{101\frac{1}{8}} = 800$ ℳ.

III. Für 744 ℳ wurden bar bezahlt $1520 - 800 = 720$ ℳ.

IV. Der Rabatt für 744 ℳ Schuld betrug 24 ℳ.

V. Der jährliche Rabatt auf 720 ℳ war 36 ℳ und für 1 Monat 3 ℳ.

VI. Da 24 ℳ bewilligt werden, so ist der Zahlungstermin für die zweite Summe $24:3 = 8$ **Monate.**

8. Unterfranken. 1894.

Jemand hat nach einem Jahre eine gewisse Summe zu entrichten. Er bezahlt schon nach 4 Monaten 840 ℳ, weshalb er den Rest noch 15 Monate benützen darf. Wie groß war die Schuld?

Lösung.

Nach der Zeit von 4 Monaten hatte der Rest noch 8 Monate Zahlzeit. Diese wurde aber wegen der früheren Bezahlung von 840 ℳ um 3 Monate verlangert. Da die Verlängerung um so größer ist, je geringer der Schuldrest und umgekehrt, so ist der Rest $\frac{840\times8}{3} = 2240$ ℳ. Die ganze Schuld beträgt $840 + 2240 = 3080$ ℳ.

5. Oberpfalz. 1892.

Es kauft jemand ein Haus und bezahlt im 1. Termine 250 ℳ mehr als $\frac{5}{8}$ des Kaufpreises und am 2. Termine 14 ℳ weniger als $\frac{3}{5}$ der Kaufsumme, in beiden Fällen aber gleich viel. Wie teuer wurde das Haus gekauft?

Bemerkung.

Die Lösung ergibt, daß der Käufer nicht nur nichts bezahlt hat, sondern 809½ ℳ bekommen hätte. Die Lösung, daß das Haus 6336 ℳ gekostet hat, ist unrichtig. Man erhält dieses Resultat, indem man schließt, daß $\frac{3}{5}$ der Kaufsumme weniger 14 ℳ gleich sind $\frac{2}{5}$ des Kaufpreises und 250 ℳ, daß daher $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ des Kaufpreises 264 ℳ beträgt.

VI. Gewinn- und Verlust-Rechnungen.

1. Oberbayern. 1881.

Jemand verliert $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{3}$ seiner Barschaft beim Spiele, gewinnt jedoch wieder $\frac{1}{5}$ seines Verlustes. Am Ende verliert er noch*) 4 ℳ. Wie groß war die Barschaft?

Lösung.

Bei je 21 ℳ Barschaft sind die Verluste $3 + 7 = 10$ ℳ, der Gewinn dagegen ist 2 ℳ, so daß am Ende ein Verlust von 8 ℳ sich ergibt. Der Verlust betrug aber nur 4 ℳ; somit war auch die ursprüngliche Barschaft nur die Hälfte von 21 ℳ, also **10,50** ℳ.

1. Mittelfranken 1892.

Ein Geschäftsmann verliert im 1. Jahre $\frac{1}{10}$, im zweiten $\frac{1}{12}$ seines anfänglichen Vermögens, gewinnt aber im dritten $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Vermögens. Jetzt ist er um 400 ℳ reicher als zu Anfang. Wie viel Geld hatte er?

1. Lösung.

$\frac{1}{4} - (\frac{1}{15} + \frac{1}{18}) = \frac{11}{44} - \frac{11}{66} = \frac{1}{15}$ des Vermögens beträgt 400 ℳ. Das Vermögen war daher **6000** ℳ.

2. Lösung.

Von je 600 ℳ betragen die Verluste $60 + 50 = 110$ ℳ, der Gewinn 150 ℳ, somit die Bereicherung 40 ℳ. Die ganze Bereicherung ist 10mal größer, also war auch das ursprüngliche Vermögen 10mal größer als 600 ℳ und betrug daher **6000** ℳ.

8. Schwaben. 1894.

Von einer 750 ℳ betragenden Forderung erhält B nur 22½ %. Wie viel verliert er?

Lösung.

Der Verlust beträgt 77½ %, somit $7{,}5 \times \frac{155}{2} = \frac{1550}{2} = 581\frac{1}{4}$ ℳ.

3. Niederbayern. 1889.

Man verkauft 2 Stahlfedern für 3 ₰ und gewinnt 60 %. Wie teuer ist das Gros beim Einkauf?

---

*) In der Beilage zu Nr. 11 der Bayer. Lehrerzeitung 1882 steht „nochmals“.

Lösung.

Das Gros kostet im Verkauf $72 \times 3 = 216$ ₰. Der Einkauf war $\frac{5}{8}$ hievon d. i. $27 \times 5 = \mathbf{1{,}35}$ ℳ.

1. Unterfranken. 1883.

Jemand verkauft ein Stück Tuch, das im Einkaufe 25 ℳ kostete, um 35 ℳ und gewinnt daran per m 20 ₰. Was hat 1 m im Einkaufe gekostet?

Lösung.

Der ganze Gewinn ist 10 ℳ. Der Gewinn per m $\frac{1}{5}$ ℳ. Um 10 ℳ zu gewinnen, waren $10 : \frac{1}{5} = 50$ m erforderlich. Jedes Meter kostete beim Einkaufe $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ℳ.

10. Unterfranken. 1889.

Wie viel hat ein Stück Tuch von 40 m gekostet, wenn es mit $6\frac{1}{4}$ % Schaden zu 11,25 ℳ per Meter verkauft wird?

Lösung.

$6\frac{1}{4}$ % ist 1 von 16. Es wurden also nur $\frac{15}{16}$ der Ausgabe eingenommen. Diese $\frac{15}{16}$ betragen 11,25 ℳ, somit war die Ausgabe pro Meter 12 ℳ. Das ganze Stück kostete **480** ℳ.

5. Schwaben. 1886.

Wie hoch beläuft sich der Einkauf, wenn 1 hl. mit $8\frac{1}{3}$ % Verlust für $5\frac{1}{2}$ ℳ verkauft wird?

Lösung.

$8\frac{1}{3}$ % Verlust ist gleich einem Verluste von $\frac{1}{12}$ des Einkaufspreises. Es wurden also $\frac{11}{12}$ des Einkaufspreises mit $5\frac{1}{2}$ bezahlt; daher war der Einkauf **6** ℳ.

3. Niederbayern. 1885.

Verkauft ein Krämer das Pfund einer Ware um 3 ℳ, so gewinnt er im ganzen 12 ℳ; verkauft er das Pfund um $2\frac{1}{5}$ ℳ, so verliert er 36 ℳ. Wie viele Pfunde waren es, und was kostet das Pfund im Einkaufe?

Lösung.

A) Durch einen um $\frac{4}{5}$ ℳ für je 1 Pfund billigeren Verkauf werden $12 + 36 = 48$ ℳ weniger eingenommen. Die Anzahl der Pfunde ist hiernach $48 : \frac{4}{5} = \mathbf{60}$.

B) Um mit 60 Pfunden 12 ℳ zu gewinnen, muß an jedem Pfund $\frac{1}{5}$ ℳ gewonnen werden; also kostet jedes Pfund im Einkaufe $3 - \frac{1}{5} = \mathbf{2\frac{4}{5}}$ ℳ.

3. Oberpfalz. 1890.

Wird 1 Zentner einer Ware mit 11 ℳ verkauft, so erzielt man 110 ℳ Gewinn, wird aber der Zentner um 9 ℳ verkauft, so entsteht ein Verlust von 90 ℳ. Wie viel wiegt die Ware, und wie teuer war der Zentner beim Einkaufe?

Lösung.

Durch einen um 2 ℳ per Zentner höheren Verkaufspreis wird nicht nur der Verlust von 90 ℳ aufgewogen, sondern auch noch ein Gewinn von 110 ℳ erzielt, also ein Unterschied von 200 ℳ bewirkt. Es wurden also **100 Zentner** gekauft. Der Einkaufspreis war $11 - 1{,}10 = \mathbf{9{,}90}$ ℳ für jeden Zentner.

4. Oberpfalz. 1892.

Ein Landwirt verliert beim Verkaufe eines Pferdes 5 %. Hätte er 12 % gewonnen, würde er $59\frac{1}{2}$ ℳ mehr eingenommen haben, als dieses jetzt der Fall ist. Wie teuer hat er dasselbe gekauft?

Lösung.

17 % des Einkaufes sind $59\frac{1}{2}$ ℳ. Somit ist die Einkaufssumme $\frac{119}{2} \times \frac{1}{17} = \frac{7}{2} = \mathbf{350}$ ℳ gewesen.

3. Oberpfalz. 1893.

Wenn jemand für das Ster Buchenholz 13 ℳ löst, so gewinnt er im ganzen 13 ℳ, löst er aber nur 12 ℳ für das Ster, so verliert er im ganzen 12 ℳ. Wieviel Ster hat er gekauft, und wie teuer hat er das Ster gekauft?

Lösung.

1 ℳ Unterschied im Verkauf von jedem Ster bewirkt einen Unterschied in der Einnahme von $12 + 13 = 25$ ℳ. Es wurden somit **25 Ster** um $12 \times 25 + 12 = 312$ ℳ und 1 Ster um **12,48** ℳ gekauft.

1. Oberbayern. 1888.

Ein Landmann verliert beim Verkauf eines Ackerstückes 12 %. Hätte er 12 % gewonnen, so würde er 60 ℳ mehr erhalten haben, als es jetzt der Fall ist. Wieviel hat er selbst für das Ackerstück bezahlt?

Lösung.

Je 2×12 ℳ höhere Prozente entsprechen 100 ℳ Kaufpreis. Dieser war daher $\frac{1}{24} \times 100 = \mathbf{250}$ ℳ.

3. Mittelfranken. 1892.

Jemand verkauft eine Ware mit $12\frac{1}{2}$ % Verlust. Bei einem Gewinne von $12\frac{1}{2}$ % hätte er 70 ℳ mehr eingenommen. Wie hoch kam der Einkauf?

Lösung.

Bei je 100 ℳ Einkauf war der Unterschied in den Einnahmen 25 ℳ. Es betrug daher der Einkauf $\frac{1}{25} \times 100 = \mathbf{280}$ ℳ.

6. Niederbayern. 1893.

Ein Fischhändler kaufte Forellen, das Pfund zu 1,50 ℳ. Während der Fahrt gingen 50 Pfund zu grunde. Obwohl der Rest zu 2,50 ℳ per Pfund verkauft wurde, betrug der Verlust dennoch 13 ℳ. Wie viel Pfund hatte er eingekauft?

Lösung.

Durch den Verlust an Fischen ergab sich zuerst ein Verlust von 75 ℳ. Da aber nur 13 ℳ verloren waren, so wurden 62 ℳ durch die lebenden Fische gewonnen. Bei jedem Pfunde derselben war der Gewinn 1 ℳ, demnach waren 62 Pfunde lebendes Fleisch. Gekauft wurden $62 + 50 = \mathbf{112}$ **Pfund.**

8. Unterfranken. 1887.

Ein Kaufmann hat eine Rolle Tuch von 20 m. Er gedenkt sie mit 10 % Gewinn zu verkaufen. Das Tuch wird aber schadhaft, und er muß es mit 20 % Verlust verkaufen. Im ersteren Falle hätte er 36 ℳ gewonnen; jetzt verliert er 72 ℳ. Wie teuer war das Meter beim Einkaufe?

Lösung.

Bei 1 m wären $\frac{36}{20} = 1{,}80$ ℳ gewonnen worden. Da der Gewinn $\frac{1}{10}$ des Einkaufspreises gewesen wäre, so mußte 1 m beim Einkauf **18** ℳ gekostet haben. (Die Angabe des Verlustes ist überflüssig.)

4. Mittelfranken. 1894.

Jemand kauft Weizen, den Zentner um 7 ℳ. Hiervon wird $\frac{1}{3}$ mit 25 % Verlust verkauft. Wie muß 1 Zentner des Restes verkauft werden, wenn bei dem Handel 25 % gewonnen werden sollen?

Lösung.

Man nimmt eine beliebige Anzahl Zentner z. B. 90. Diese kosten im Einkaufe 630 ℳ. Der Verlust bei 30 Zentner beträgt 52,5 ℳ. Der angestrebte Gewinn ist $\frac{630}{4} = 157{,}5$ ℳ. Es müssen daher 60 Zentner um $420 + 52{,}5 + 157{,}5 = 630$ ℳ verkauft werden, so daß der Verkaufspreis für 1 Zentner $630 : 60 = \mathbf{10{,}50}$ ℳ ist.

3. Oberpfalz. 1894.

Ein Händler möchte 4 Äpfel um 5 ₰ geben und dabei 25 % gewinnen; wie teuer darf er 2 hl solcher Äpfel inkl. Spesen kaufen, wenn 1 Zwanzig-Liter durchschnittlich 192 Äpfel enthält?

Lösung.

I. Bei 25 % Gewinn kosten 4 Äpfel im Einkaufe 4 ₰, somit 1 Apfel 1 ₰.
II. 2 hl enthalten $2 \times 5 \times 192 = 1920$ Äpfel.
III. Die Einkaufssumme muß **19,20** ℳ betragen.

6. Unterfranken. 1894.

Eine Ware wurde zuerst mit 15 % Gewinn verkauft, von da an aber um 2,50 ℳ teuerer, nämlich mit 20 % Gewinn. Man berechne den Einkaufspreis!

Lösung.

Es geben 5 % Erhöhung des Gewinnes 2,50 ℳ. Der Einkaufspreis ist daher $\frac{2{,}5}{5} \times 100 = \mathbf{50}$ ℳ.

1. Unterfranken. 1894.

Ein Obsthändler muß beim Verkauf für 3 ℳ 20 Pfund geben. Wie viel Pfund muß er beim Einkauf erhalten, wenn er 30 % gewinnen will?

1. Lösung.

Es müssen um 30% zu gewinnen, z. B. für 60 ℳ Ausgabe 78 ℳ eingenommen und daher für 3 ℳ (Ausgabe) **26 Pfund** im Einkaufe erhalten werden (60 : 78 = 20 : x).

2. Lösung.

Um 30 % zu gewinnen, muß man um die gleiche Summe im Einkaufe 30% mehr Ware erhalten, als im Verkaufe abgegeben werden. $\frac{1}{10}$ von 20 Pfund sind 6 Pfund; also muß man beim Einkaufe **26 Pfund** erhalten.

1. Mittelfranken. 1888.

Ein Kaufmann, dessen Handelskapital jährlich $16\frac{2}{3}$ % Gewinn abwirft, verkauft eine Ware, welche er vor $1\frac{1}{2}$ Monaten bezahlt hatte, um 510.25 ℳ, zahlbar nach 5 Monaten. Wie hoch kam die Ware beim Einkaufe?

Lösung.

Der jährliche Gewinn ist $\frac{1}{6}$ der Einkaufssumme, der monatliche Gewinn $\frac{1}{72}$. Da die Ware erst $6\frac{1}{2}$ Monate nach dem Einkaufe bezahlt worden ist, so ist der Gewinn $\frac{1}{72} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{144}$ der Einkaufs-umme. Nun ist diese und $\frac{13}{144}$ ihrer Größe d. i. $\frac{1}{144}$ der Einkaufssumme 510,25 ℳ, $\frac{1}{144}$ der Einkaufssumme ist $\frac{510,25}{157} = 3,25$. Hiernach war die Einkaufssumme $144 \times 3,25 = \mathbf{468}$ ℳ.

6. Unterfranken. 1883.

Wie teuer muß man das Liter verkaufen, wenn 4,6 hl um 414 ℳ gekauft und 60 % gewonnen werden wollen?

Lösung.

Ein Liter kostet im Einkaufe $\frac{1}{460}$ ℳ = 90 ₰. Der beabsichtigte Gewinn ist $90 \times \frac{3}{5} = 54$ ₰. Somit muß 1 Liter um 90 + 50 + 4 = 140 + 4 = 144 ₰ = **1,44** ℳ verkauft werden.

4. Niederbayern. 1886.

Wenn man eine Ware mit 1056 ℳ verkauft, verliert man 4 %. Wie teuer muß sie verkauft werden, damit man 4 % gewinnt?

Lösung.

Je 96 ℳ Verkauf entsprechen 100 ℳ Einkauf; also war die Einkaufssumme $\frac{1056 \times 100}{96} = 1100$ ℳ. Sollen 4% gewonnen werden, so muß der Gewinn 44 ℳ betragen, somit die Ware um **1144** ℳ verkauft werden. $\left(\frac{1056 \times 104}{96}\right)$

6. Oberfranken. 1890.

Hätte man 80 m einer Ware um 110 ℳ verkauft, so würde man $8\frac{1}{3}$ % verloren haben; wie teuer wurde das Meter verkauft, wenn $13\frac{1}{3}$ % gewonnen wurden?

Lösung.

Der Einkauf war $\frac{12}{11} \times 110 = 120$ ℳ. Bei $13\frac{1}{3}$ % Gewinn muß der Verkauf 136 ℳ einbringen, wobei das Meter **1,70** ℳ kostet.

3. Niederbayern. 1894.

Ein Landwirt verliert beim Verkaufe eines Pferdes 5 %; hätte er 12 % gewonnen, würde er $59\frac{1}{2}$ ℳ mehr eingenommen haben; wie teuer hat er das Pferd verkauft? (Vide 4. Oberpfalz. 1892. Seite 90.)

Lösung.

5% und 12% machen $59\frac{1}{2}$ ℳ, somit ist die Einkaufssumme 350 ℳ, die Verkaufssumme $350 - 17{,}50 = \mathbf{332{,}50}$ ℳ gewesen.

10. Oberpfalz. 1887.

Eine Bäuerin gießt 25 Pfund Butter à kg 1,10 ℳ in Schmalz um, wobei 20 % des Gewichtes verloren gehen. Wie teuer muß sie das Pfund Schmalz geben, wenn sie für ihre Arbeit 3 ℳ rechnet?

Lösung.

Die Auslagen sind $25 \times 0{,}55 + 3 = 16\,75$ ℳ. An Schmalz werden 20 Pfund erhalten. Es muß daher 1 Pfund um **83⅓** ₰ verkauft werden.

4. Oberpfalz. 1891.

Den Verkauf einer Ware, die 99 ℳ gekostet hat, muß ich einem Kommissionär überlassen, der das Recht hat, $16\frac{2}{3}$ % der erzielten Verkaufssumme für sich zurückzubehalten. Welchen Verkaufspreis müßte der Kommissionär erzielen, damit ich selber auch $16\frac{2}{3}$ % gewinne?

Lösung.

Damit der Händler $\frac{1}{6}$ seiner Ausgabe gewinnt, muß der Kommissionär zuerst $99 \times \frac{7}{6} = 115{,}5$ ℳ berechnen. Da aber der Kommissionär nur $\frac{5}{6}$ der Einnahme abliefert, so muß er die Ware um $115{,}5 \times \frac{6}{5} = \mathbf{138{,}6}$ ℳ verkaufen. — (Kürzer: Es müssen 99 ℳ zu $99 \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{693}{5} = 138{,}6$ ℳ anwachsen.)

10. Niederbayern. 1885.

Man mischt 70 Liter, die 35 ℳ kosten, mit 50 Liter, wovon der Preis des Liters $1\frac{1}{5}$mal so viel beträgt. Wie teuer muß das Liter verkauft werden, wenn die Unkosten 5 ℳ betragen und man 20 % gewinnen will?

Lösung.

1 Liter der ersten Sorte kostet 50 ₰; also kostet 1 Liter der zweiten Sorte 60 ₰, und 50 Liter kosten 30 ℳ. Der ganze Einkaufspreis ist daher 35 + 30 = 65 ℳ. Hiezu kommen 5 ℳ Unkosten. Der 20prozentige Gewinn von den 70 ℳ Auslagen ist 14 ℳ. Es sollen also mit 120 Litern 84 ℳ eingenommen werden, so daß 1 Liter um **70** ₰ verkauft werden muß.

8. Niederbayern. 1885.

Wie viel Prozent wurden verloren, wenn der Verlust $\frac{1}{8}$ des Verkaufspreises beträgt?

1. Lösung.

Wenn $\frac{1}{8}$ des Verkaufspreises verloren wurde, so war der Einkaufspreis $\frac{7}{8}$. Es wurde also von $\frac{7}{8}$ Einkaufspreis $\frac{1}{8}$ verloren, d. i. $12\frac{1}{2}$ = **11$\frac{1}{9}$%**.

2. Lösung.

Angenommen, es wurden 8 ℳ eingenommen, so war der Einkaufspreis 9 ℳ. Der Verlust betrug nur 1 ℳ, d. i. $\frac{1}{9}$ vom Einkaufspreis oder **11$\frac{1}{9}$%**.

8. Schwaben. 1891.

An einer für 450 ℳ gekauften Ware werden 40$\frac{1}{2}$ ℳ verdient, und zwar an der einen Hälfte 2% mehr als an der anderen. Wie viele Prozente werden an jeder Hälfte gewonnen?

Lösung.

Nach Abzug von 4,5 ℳ von 40,5 ℳ werden noch 36 ℳ gewonnen, welche für beide Hälften gleich zu verteilen sind. Diese geben 8%, woraus folgt, daß für die eine Hälfte **8%**, mit der anderen **10%** gewonnen worden sind.

7. Niederbayern. 1887.

Ein Obsthändler kauft 3 Pflaumen für 1 ₰, gibt aber nur 2; wie viel Prozent gewinnt er?

1. Lösung.

Mit 2 ₰ Ausgabe bekommt er 6 Pflaumen und nimmt 3 ₰ dafür ein, gewinnt also 1 ₰, d. i. die Hälfte der Ausgabe oder **50%**.

2. Lösung.

Beim Verkauf von 2 Pflaumen bleibt 1 Pflaume als Gewinn; daher ist der Gewinn die Hälfte der verkauften Pflaumen d. i. **50%**.

2. Niederbayern. 1890.

Ein Hausierer kauft 3 Federn um 2 ₰ und verkauft 2 Stück um 3 ₰. Wie viele Prozente gewinnt er?

Lösung.

Er kauft um 4 ₰ 6 Stück und nimmt dafür 9 ₰ ein, gewinnt also mit 4 ₰ Ausgabe 5 ₰, d. i. **125%**.

8. Niederbayern. 1887.

Wenn ein Obsthändler 2 Pflaumen für 1 ₰ kauft, aber 3 für 1 ₰ geben muß, wie viel Prozent verliert er?

1. Lösung.

Von 3 Pflaumen wird 1 verloren, folglich beträgt der Verlust $33\frac{1}{3}\%$.

2. Lösung.

Bei 3 ₰ Ausgabe werden nur 2 ₰ eingenommen oder wird 1 ₰ verloren; daher berechnet sich der Verlust zu $33\frac{1}{3}\%$.

7. Oberbayern. 1881.

Ein Händler kauft Zitronen, durchschnittlich 45 Stück für 3 ℳ. und verkauft sie wieder durchschnittlich 25 Stück für 3 ℳ. Wie viel Prozent hat er gewonnen?

Lösung.

Statt zu berechnen, was für 45 Stück beim Verkaufe erlöst wird, und dann was mit 3 ℳ Ausgabe gewonnen wird, macht man folgenden Schluß: Beim Verkauf von 25 Stück bleiben als Gewinn 20 Stück zum weiteren Verkauf. Dieser Gewinn ist 80%.

7. Oberpfalz. 1883.

Ein Milchhändler erhält 100 Liter Milch à 15 ₰; er gießt 10 Liter Wasser hinzu und verkauft das Liter mit 20 ₰. Wie viel Prozent Gewinn hat er sich verschafft?

Lösung.

Der Gewinn beträgt bei 15 ℳ Auslage für die Milch 5 ℳ, für das Wasser 2 ℳ, im ganzen 7 ℳ oder $\frac{7}{15} \times 100 = \frac{700}{15}° = 46\frac{2}{3}\%$.

9. Unterfranken. 1889.

Ein Gastwirt erhält 60 Flaschen à 1,20 ℳ und 60 Flaschen à 1,80 ℳ. Er verkauft den ganzen Vorrat um 2 ℳ per Flasche; wie viel Prozent gewinnt er?

Lösung.

Er gewinnt mit $1{,}20 + 1{,}80$ ℳ $= 3$ ℳ Ausgabe 1 ℳ; also ist der Gewinn $\frac{1}{3}$ der Ausgabe d. i. $33\frac{1}{3}\%$.

2. Oberpfalz. 1893.

Wie viel Prozent Einkaufsspesen schlug ein Agent auf 480 ℳ Einkauf, wenn durch den Verkauf der Ware um 486 ℳ ein Verlust von 10% erwuchs?

Lösung.

Da trotz der Mehreinnahme von 6 ℳ der Verlust noch 48 ℳ betrug, so hatte der Agent 54 ℳ für den Einkauf verrechnet d. i. $\frac{6}{54} \times 100 = \frac{600}{54}° = 11\frac{1}{9}\%$.

6. Schwaben. 1891.

A verkauft $\frac{5}{8}$ einer Ware mit 30 % Gewinn für 520 ℳ. Für den Rest erhält er 280 ℳ. Wie viele Prozente gewinnt er am Reste?

Lösung.

Die Ausgabe für $\frac{5}{8}$ der Ware betrug $520 \times 1\frac{3}{5} = 400$ ℳ. Es kostete also $\frac{1}{8}$ der Ware 80 ℳ und $\frac{3}{8}$ wurden mit 240 ℳ gekauft. Gewonnen wurden hiebei 40 ℳ oder $\frac{1}{6}$ der Ausgabe d. i. **$16\frac{2}{3}$ %**.

7. Mittelfranken. 1888.

Jemand verkauft eine Ware um $52\frac{1}{2}$ ℳ mit $12\frac{1}{2}$ % Verlust. Wie viel Prozent Gewinn oder Verlust hätte er, wenn er sie um $62\frac{1}{2}$ ℳ verkaufen würde?

Lösung.

Es betrugen $\frac{7}{8}$ der Einkaufssumme $52\frac{1}{2}$ ℳ, daher kostete die Ware beim Einkauf 60 ℳ. Würden $62\frac{1}{2}$ ℳ eingenommen, so wäre der **Gewinn** $2\frac{1}{2}$ ℳ oder $\frac{5}{8} \times \frac{8}{60} = 4\frac{1}{6}$ %.

6. Oberfranken. 1888.

Es hat jemand 1 hl Essig gekauft, wovon das Liter 25 ₰ kostet. Er hat 10 % Unkosten und will dem Essig so viel Wasser zuschütten, daß er das Liter um 25 Pfennige verkaufen kann und doch 10 % gewinnt? Wie viel Wasser muß er nehmen?

Lösung.

Die Kosten sind $25 + 2{,}50$ ℳ $= 27{,}50$ ℳ. Der 10prozentige Gewinn ist 2,75 ℳ, so daß 30,25 ℳ eingenommen werden müssen. Hiezu sind $30{,}25 : 0{,}25 = 121$ Liter nötig. Demnach müssen zu 100 Liter Essig **21 Liter** Wasser genommen werden.

7. Unterfranken. 1893.

Von einer Ware kostet das kg im Einkauf 14 ℳ 80 ₰, das g im Verkaufe 2 ₰; wie viele kg wurden verkauft, wenn im ganzen 28 ℳ 60 ₰ gewonnen wurden?

Lösung.

1 kg kostet beim Verkauf 20 ℳ, wodurch 5,20 ℳ gewonnen werden. Um 28,60 ℳ zu gewinnen, mußten $\frac{28{,}60}{5{,}20} = \frac{26 \times 11}{52} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ **kg** verkauft werden.

2. Oberfranken. 1892.

Ein Kaufmann bezieht von zwei Sorten Waren zusammen 1 Zentner. Von der einen Sorte kostet das Pfund 1 ℳ, von der anderen 1,5 ℳ, und die Unkosten betragen $8\frac{1}{3}$ %. Er sieht sich genötigt, den Zentner um 117 ℳ zu verkaufen und verliert dabei an seiner Auslage 10 %. Wie viele Pfunde von jeder Sorte hat er gekauft?

I. Die Einnahme war $\frac{5}{6}$ der Auslage, daher betrug die Auslage $117 \times \frac{6}{5} = 130$ ℳ.
II. Da zur Warensumme noch $\frac{1}{13}$ derselben Spesen kamen, so betrugen die Auslagen $\frac{13}{12}$ des Warenpreises. Dieser war daher $130 \times \frac{12}{13} = 120$ ℳ.
III. Hätte jedes Pfund 1,50 ℳ gekostet, so wären für die Waren 150 ℳ bezahlt worden; es wurden aber 30 ℳ weniger bezahlt.
IV. Der Unterschied in den Preisen der beiden Sorten ist $\frac{1}{2}$ ℳ. Um 30 ℳ weniger zu bezahlen, wurden $30 : \frac{1}{2} =$ **60 Pfund** zu 1 ℳ gekauft.
V. Von der Ware zu 1,50 ℳ wurden **40 Pfund** bezogen.

3. Mittelfranken. 1888.

Ein Kaufmann bezahlt je 3 m einer Ware mit 13,44 ℳ und verkauft je 4 m mit 23,84 ℳ. Auf diese Weise gewann er an einem Stück 103,60 ℳ. Wie viele Meter hielt das Stück?

Lösung.

I. Es kostete 1 m im Einkaufe 4,48 ℳ.
II. Beim Verkaufe wurden für 1 m 5,96 ℳ eingenommen.
III. Der Gewinn für je 1 m war 1,48 ℳ.
IV. Um 103,60 ℳ zu gewinnen, mußte das Stück $^{10360}/_{148} =$ **70 m** haben.

1. Unterfranken. 1891.

Es kauft jemand 12 Stücke und 8 m Tuch für 736 ℳ. Das Stück verkauft er mit $8\frac{1}{3}$ % Gewinn um 65 ℳ. Wie viele Meter hat jedes Stück?

Lösung.

Bei $8\frac{1}{3}$% Gewinn ist die Einkaufssumme für 12 Stücke $12 \times 65 \times \frac{12}{13} = 720$ ℳ. Hieraus folgt, daß (8 m 16 ℳ, somit) 1 m 2 ℳ gekostet hat. Da für ein Stück 60 ℳ bezahlt wurden, so enthielt es $60 : 2 =$ **30 m.**

2. Oberpfalz. 1895.

Ein Schneider kauft 10 Stück Tuch, von denen 8 gleich groß, 2 aber um je 5 m größer sind, um 1500 ℳ. Er verkauft das Meter mit 25 % Gewinn um $7\frac{1}{2}$ ℳ. Wie viele Meter enthält a) ein größeres, b) ein kleineres Stück?

Lösung.

Bei einem Verkaufspreis von $7\frac{1}{2}$ ℳ und einem Gewinn von 25% ist der Einkaufspreis $7\frac{1}{2} : \frac{5}{4} = 6$ ℳ für jedes m. Für 10 m wurden 60 ℳ bezahlt. Da aber der ganze Einkaufspreis 1500 ℳ betrug, so kostete jedes der kleineren Stücke $\frac{1500 - 60}{10} = 144$ ℳ, und jedes derselben war $^{144}/_{6} =$ **24 m** lang. Die beiden größeren Stücke dagegen waren **29 m** lang. Oder:

Jedes der beiden größeren Stücke hatte 5 m mehr. Nimmt man jedem 4 m und verteilt sie auf die übrigen 8 Stücke, so sind alle Stücke gleich lang, und es kostet jedes 150 ℳ à m 6 ℳ. Auf diese Weise hätte jedes Stück 25 m. Die kleineren Stücke sind aber um je 1 m kürzer, somit nur **24 m** lang, die größeren um je 4 m länger, somit **29 m** lang.

2. Mittelfranken. 1889.

Ein Kaufmann ließ ein Stück Tuch, das Meter zu 9,75 ℳ, kommen und fand beim Nachmessen, daß dasselbe 2 m mehr hatte, als ihm angerechnet wurde. Wie viel Meter enthielt das Stück, wenn er, da das Tuch von geringerer Güte war, das Meter nur zu 9 ℳ verkaufen konnte, und hiebei einen Verlust von $4\frac{8}{13}$ % (der Rechnungssumme) hatte?

Lösung.

I. Hätte das Stück nicht 2 m mehr gehabt, so hätte der Verlust für je 1 m 0,75 ℳ und im Ganzen $\frac{0{,}75}{9{,}75} \times 100 = 7\frac{9}{13}$% betragen.

II. Der wirkliche Verlust wurde um $7\frac{6}{13} - 4\frac{8}{13} = 3\frac{5}{13}$% verringert, d. h. bei je 100 ℳ Ausgabe betrug die Verringerung des Verlustes $3\frac{5}{13}$ ℳ, und umgekehrt entsprechen je $3\frac{5}{13}$ ℳ Verringerung des Verlustes einer Ausgabe von 100 ℳ.

III. Da die ganze Verringerung 18 ℳ war, so war die Ausgabe $\frac{18 \times 100}{3\frac{5}{13}} = 585$ ℳ.

IV. Da 9,75 ℳ für je 1 m verrechnet waren, so betrug die Anzahl der berechneten Meter $\frac{585}{9{,}75} = 60$ m.

V. Das Stück Tuch hatte **62 m.**

8. Oberpfalz. 1891.

Jemand hatte $7\frac{1}{2}$ Zentner Hopfen à 120 ℳ gekauft und 4 Monate später diese Ware, die inzwischen einigen Verlust an Gewicht erlitten hatte, zu 150 ℳ per Zentner wieder verkauft. Der erzielte Gewinn würde einem Jahresgewinn von $18\frac{1}{3}$ % entsprechen. Wie groß war der Gewichtsverlust?

Lösung.

I. Die Einkaufsumme war $7{,}5 \times 120 = 900$ ℳ.

II. Bei $\frac{11}{3}$% Gewinn sind beim Verkauf $9 \times \frac{8}{7}\frac{5}{5} = 1065$ ℳ eingenommen worden.

III. Da für je 1 Zentner 150 ℳ bezahlt wurden, so betrug die verkaufte Menge $1065 : 150 = 7{,}1$ Zentner.

IV. Der Gewichtsverlust war $7{,}5 - 7{,}1 = \mathbf{0{,}4\ Zentner}$.

6. Oberpfalz. 1893.

Ein Händler hat mehrere Waggons Heu zu 420 ℳ eingekauft und sogleich wieder zu einem um $16\frac{2}{3}$% höheren Preis verkauft. Auf dreien dieser Waggons verdarb aber das Heu, das feucht geladen war, bis zur Ankunft am Bestimmungsorte vollständig, weshalb die Bezahlung für diese 3 Waggons verweigert wurde. Infolgedessen erlitt der Händler bei dem genannten Geschäfte einen Verlust von 280 ℳ. Wie viele Waggons hatte er eingekauft?

Lösung.

Hätte der Händler keinen Verlust gehabt, so hätte er $(420 + 70) = 490$ ℳ eingenommen. Er nahm 210 ℳ, somit für jeden der drei Waggons 70 ℳ weniger ein. Die Anzahl der bezahlten Waggons war $\frac{210}{70} = 4$. Demnach hatte der Händler **7 Waggons** gekauft.

VII. Berechnungen von Wertpapieren.

7. Unterfranken. 1889.

3 Stück Aktien à 1000 ℳ Nominalwert werden um 2850 ℳ gekauft; welches ist der Kurs dieser Aktien (in Prozenten)?

Lösung.

1 Stück kostet 950 ℳ; daher beträgt der Kurs **95%** des Nennwertes.

6. Oberpfalz. 1891.

Ein Pfandbrief zu 500 ℳ ist einschließlich der $3\frac{1}{2}$prozentigen Zinsen für die Zeit vom 1. August bis 12. Oktober mit $483\frac{1}{2}$ ℳ bezahlt worden. Zu welchem Kurse wurde derselbe gekauft?

Lösung.

I. Der Zins vom 1. August bis 12. Oktober ist $5 \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{8} = 3\frac{1}{2}$ ℳ.
II. Der Kaufpreis betrug 480 ℳ.
III. 1 Stück mit Aufschrift 100 ℳ kostete 96 ℳ.
IV. Der Preis für 1 Stück heißt Kurs; dieser war **96**.

9. Unterfranken. 1887 und 4. 1894.

Am 1. Juli wurden 1000 ℳ 4prozentiger Staatspapiere um $966\frac{2}{3}$ ℳ gekauft. Zu welchem Kurse wurden dieselben berechnet? Zinstermin 1. Februar und 1. August.

Lösung.

In $966\frac{2}{3}$ ℳ ist der Kurs und der Zins für 5 Monate enthalten. Der Zins betrug $40 \times \frac{5}{12} = 16\frac{2}{3}$ ℳ. Die Kaufsumme betrug daher 950 ℳ für 10 Stücke oder **95** ℳ für 1 Stück à 100 ℳ Nominalwert.

5. Oberbayern. 1881.

Eine Kirchenverwaltung kaufte am 1. Mai für 500 ℳ 5prozentige Eisenbahnobligationen und mußte für Coupons und Kurs $11\frac{1}{4}$ ℳ bezahlen. Zinszeit 1. Januar und 1. Juli. Wie hoch stand der Kurs?

Lösung.

I. Der Zins wird für 4 Monate berechnet.
II. Dieser ist somit $\frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$ ℳ.
III. $11\frac{1}{4} - 8\frac{1}{3} = 2\frac{11}{12}$ ℳ Kursdifferenz.
IV. $2\frac{11}{12} : 5 = \frac{35}{12} : 5 = \frac{7}{12}\%$.
V. Der Kurs war $\mathbf{100\frac{7}{12}}$.

3. Oberpfalz. 1895.

Jemand bezahlt am 1. Dezember eine Schuld im Betrage von 4000 ℳ und nimmt hiezu 3000 ℳ $3\frac{1}{2}$-prozentige Obligationen im Kurse 101,50. Wie viel muß er in barem Gelde noch darauf zahlen? Zinstermin 1. April und 1. Oktober.

Lösung.

Der Kurswert der Obligationen ist $101{,}5 \times 3 = 3045$ ℳ. Der angefallene Zins macht $30 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = 17{,}5$ ℳ. Kurswert und Zins machen zusammen 3062,5 ℳ aus, so daß noch **937,5** ℳ darauf bezahlt werden mußten.

6. Unterfranken. 1888.

Wie vielprozentig sind die Staatspapiere, welche im Kurse von 84 für das in ihnen angelegte Geld $4\frac{1}{6}$ % tragen?

Lösung.

Das in den Staatspapieren angelegte Geld trägt $4\frac{1}{6}$ % heißt, daß, wenn 100 ℳ angelegt werden, dieses Kapital $4\frac{1}{6}$ ℳ Zins trägt. Legt man aber nur 84 ℳ an — so viel kostet nämlich 1 Stück —, so erhält man $\frac{25}{6} \times \frac{6}{100} = \frac{1}{8} = 3\frac{1}{2}$ ℳ Rente. Nun aber nennt man die Rente, welche 1 Stück der Obligationen mit der Aufschrift 100 gibt, die Prozente der Wertpapiere. Die bezeichneten Staatspapiere sind also **$3\frac{1}{2}$ prozentig.**

2. Unterfranken. 1891.

Am 1. Mai werden Staatspapiere von 800 ℳ Nominalwert im Kurse zu 70 für 572 ℳ gekauft. Wie vielprozentig sind dieselben? Zinstermin 1. Januar und 1. Juli.

Lösung.

Die Kaufsumme war 560 ℳ, somit betrug der Zins für 4 Monate 12 ℳ und hätte für 12 Monate 36 ℳ betragen. Die Rente von 1 Stück betrug **4,5** ℳ jährlich.

7. Schwaben. 1895.

Jemand kauft Aktien im Kurse von 95; dieselben verzinsen je 95 ℳ zu $4\frac{3}{4}$ ℳ Jahreszins. Wie viele Prozent bringt das angelegte Kapital?

Lösung.

Es tragen 100 ℳ Kapital $(\frac{19}{4} : 95) \times 100 = \frac{1900}{380} = 5$ ℳ d. i. **5%**.

1. Oberpfalz. 1894.

Jemand hat 5100 ℳ zu 3 % auf der Bank stehen. Er kauft nun für diesen Betrag 4prozentige Staatspapiere im Kurse zu 102. Wie groß ist die Zinsdifferenz in 5 Jahren?

Lösung.

I. 5100 ℳ zu 3% bringen jährlich 153 ℳ Zinsen.
II. Für 5100 ℳ erhält man $5100 : 102 = 50$ Staatsobligationen.
III. 50 Obligationen tragen jährlich $50 \times 4 = 200$ ℳ, also um **47** ℳ mehr als das Bankguthaben.
IV. $47 \times 5 = \mathbf{235}$ ℳ tragen die Obligationen in 5 Jahren mehr.

VIII. Wechselrechnungen.

4. Unterfranken. 1885.

Ein Wechsel von 1500 ℳ mit 2 Monat Sicht soll mit 2% p. a. diskontiert werden, wie groß ist die Barzahlung?

Lösung.

Der Diskonto beträgt $15 \times \frac{1}{6} \times 2 = 5$ ℳ, daher ist die Barzahlung **1495 ℳ.**

13. Unterfranken. 1881.

Ein Zweimonatswechsel von 150 ℳ wird mit $4\frac{1}{2}$% (p. a.) diskontiert. Wie groß ist der Erlös?

Lösung.

$4\frac{1}{2}$% p. a. sind $4\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$% auf 2 Monate. Es werden daher 100 ℳ, nach 2 Monaten fällig, jetzt mit $99\frac{1}{4}$ ℳ gekauft. Der Erlös für 150 ℳ, welche nach 2 Monaten fällig sind, beträgt demnach $150 - 1\frac{1}{8} = \mathbf{148\frac{7}{8}}$ ℳ.

6. Oberpfalz. 1892.

Ein Wechsel, zahlbar in 8 Monaten, wird bei $\frac{1}{2}$% monatlichem Diskonto (in 100) sofort mit 2304 ℳ eingelöst. Auf welche Summe lautete der Wechsel?

Lösung.

Statt je 100 ℳ im Termine werden 96 ℳ bar bezahlt. Die Wechselsumme betrug daher $\frac{2304}{96} \times 100 = \mathbf{2400}$ ℳ.

6. Niederbayern. 1889.

Der Diskonto für einen am 1. November fälligen und am 1. Mai mit 6% p. a. Diskonto verkauften Wechsel beträgt $13\frac{1}{2}$ ℳ. Auf welche Summe lautet der Wechsel?

Lösung.

I. Vom 1. Mai bis 1. November sind 6 Monate.

II. Der Diskonto für 6 Monate ist 3%.

III. $\frac{13{,}5}{3} \times 100$ ℳ $= \mathbf{450}$ ℳ.

7. Oberpfalz. 1889.

Ein am 15. September fälliger Wechsel wurde am 10. Dezember mit $3\frac{1}{3}$% diskontiert, und es wurden deshalb 12,5 ℳ in Abzug gebracht. Wie hoch war die Wechselsumme?

Lösung.

I. Vom 10. Dezember bis 15. September sind 275 Tage.

II. Der ganze Diskonto für 360 Tage hätte $\frac{12{,}5 \times 360}{275} = \frac{5 \times 36}{11}$ ℳ betragen.

III. Je $\frac{5}{11}$ ℳ Diskonto entsprechen einer Wechselsumme von 100 ℳ.

IV. Also betrug die Wechselsumme $\frac{5 \times 36}{11} \times \frac{3}{10} \times 100 = \frac{1800 \times 3}{11} = \frac{5400}{11} = \mathbf{490\frac{10}{11}}$ ℳ.

3. Unterfranken. 1886.

Für einen nach 3 Monaten fälligen Wechsel zu 240 ℳ wurden bar 236,4 ℳ bezahlt. Wie viel Prozent Diskonto wurden pro Monat gerechnet?

Lösung.

Der ganze Diskonto betrug 3,60, der monatliche 1,20 ℳ d. i. $\frac{1}{200}$ von der Wechselsumme oder $\frac{1}{2}$ %.

1. Pfalz. 1889.

Wie viele Prozent Diskonto sind bei einem Wechsel von 720 ℳ, welcher, fällig am 24. Juni, am 9. April zu 712,50 ℳ verkauft wird, berechnet worden?

Lösung.

Der ganze Diskonto ist 7,5 ℳ für $2\frac{1}{2}$ Monate d. i. 3 ℳ für 1 Monat und 36 ℳ für 12 Monate. 36 ℳ sind der 20. Teil von der Wechselsumme oder 5% derselben p. a.

1. Mittelfranken. 1891.

Ein Wechsel über 450 ℳ wird am 1. August mit $\frac{1}{5}$ % per Monat diskontiert im Betrage von 420 ℳ. Wann war er fällig?

Lösung.

Der ganze Diskonto ist 30 ℳ, der monatliche 3,6 ℳ. Somit war der Wechsel **am 10. April** des folgenden Jahres fällig.

IX. Mischungsrechnungen.

12. Schwaben. 1885.

Wie viel Wasser und wie viel reiner Spiritus sind in $2\frac{1}{2}$ hl Branntwein von 72 % enthalten?

Lösung.

Ein Branntwein mit 72% enthält in 100 Litern (ohne Rücksicht auf Kontraktion) 28 Liter Wasser und 72 Liter absoluten Alkohol. Es enthalten daher $2\frac{1}{2}$ hl Brannt- $28 \times 2\frac{1}{2} = \mathbf{70\ Liter}$ Wasser und **180 Liter** reinen Alkohol.

9. Unterfranken. 1886.

Wie teuer sind 800 Liter 90prozentiger Spiritus, wenn 100 Liter absoluter Alkohol mit $61\frac{1}{4}$ ℳ bezahlt werden?

Lösung.

800 Liter 90prozentigen Spiritus sind 72000 Literprozente. Da 10000 Literprozente $61\frac{1}{4}$ ℳ kosten, so kosten 72000 Literprozent $61\frac{1}{4} \times 7{,}2 = 245 \times 1{,}8 = 245 \times 2 - 245 \times 0{,}2 = 490 - 49 = \mathbf{441}$ ℳ.

1. Unterfranken. 1886.

Wie viele kg und g sind in $4\frac{4}{5}$ kg 875teiligem Silber an Kupfer und reinem Silber enthalten?

Lösung.

In 1 kg Legierung sind $\frac{1}{5}$ kg Kupfer und $\frac{1}{5}$ kg Silber; in $4\frac{4}{5}$ kg Legierung sind $\frac{4}{5}$ kg Kupfer und $4\frac{4}{5}$ kg reines Silber oder **600 g** Kupfer und **4 kg 200 g** reines Silber.

9. Unterfranken. 1881.

40 g Feingold sollen mit Kupfer legiert werden, so daß die Legierung 640 fein wird, wie viel Kupfer ist nötig?

1. Lösung.

Zu 640 Feingold muß man 360 Kupfer setzen. folglich zu 40 g Feingold $40 \times \frac{36}{64} = \frac{5 \times 9}{2} =$ **22,5 g** Kupfer.

2. Lösung.

Da die absolute Menge des Feingoldes sich gleich bleibt, so verhalten sich die Gewichte der Legierungen umgekehrt, wie die Prozente des Feingoldes, also $645 : 1000 = 40 : X$.

$$X = 62{,}5$$

d. h. die Legierung wiegt 62,5 g. Es müssen daher **22,5 g** Kupfer zugesetzt werden.

3. Unterfranken. 1883.

Wie viel (Pfund und Gramm) Silber und Kupfer sind in $6\frac{1}{2}$ Pfd. 820teiligem Silber enthalten?

Lösung.

1 Pfund 820teiliges Silber enthält 90 g Kupfer und 410 g reines Silber. Die ganze Kupfermenge ist $90 \times 6 + 90 \times \frac{1}{2} = 540 + 45 = 585$ g = **1 Pfund 85 g** Kupfer. Das Silber beträgt = **5 Pfund 165 g.**

6. Unterfranken. 1887.

Man will 72 Liter Wein à 1,20 ℳ mit Wein à Liter 0,90 ℳ mischen, um den Preis auf 1 ℳ stellen zu können; wie viele Liter der letzteren Sorte braucht man?

Lösung.

Da die erste Sorte nur 20 ₰ im Preise zu hoch, die zweite Sorte um 10 ₰ zu niedrig steht, so muß man zu jedem Liter der ersten Sorte 2 Liter der zweiten nehmen, d. i. $72 \times 2 =$ **144 Liter.**

11. Unterfranken 1881.

Ein Bauer hat Wein zu 43 ₰ und 36 ₰ per Liter. Er möchte 294 Liter zu 40 ₰ herstellen. Wie viel nimmt er von jeder Sorte?

Lösung.

Er nimmt $294 \times \frac{3}{7} = \mathbf{126\ Liter}$ von der geringeren Sorte und $294 \times \frac{4}{7}$ oder $294 - 126 = \mathbf{168\ Liter}$ von der besseren Sorte.

7. Unterfranken. 1890.

Es wurden 2 Weinsorten gemischt, von welchen die Quantität der geringeren Sorte sich zu jener der besseren wie 3:7 verhält. Es kostet 1 hl der besseren Sorte 80 ℳ; wie teuer ist ein Hektoliter der geringeren Sorte, wenn der Preis von 1 hl Mischung 74 ℳ ist?

Lösung.

Es kosten 10 hl Mischung 740 ℳ. Da 7 hl der besseren Sorte 560 ℳ kosten, so ist der Preis für 3 hl der geringeren Sorte 180 ℳ. Es kostet daher 1 hl der geringeren Sorte **60** ℳ.

1. Unterfranken. 1892.

Jemand besitzt 2 Sorten Wein, 1 Liter zu 1,20 ℳ und 1 Liter zu 0,90 ℳ. Er will 12 l zu 1,10 ℳ herstellen; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Lösung.

Er muß zu je 1 Liter à 0,90 ℳ 2 Liter à 1,20 ℳ geben und daher **8 Liter** besseren und **4 Liter** schlechteren zusammenmischen.

10. Schwaben. 1893.

Ein Melber hat zwei Sorten Mehl à Pfd. zu 24 ₰ und 36 ₰. Er will daraus 100 Pfd. à 32 ₰ mischen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Lösung.

24 ₰ ist 8 ₰ unter dem Preise der Mischungseinheit, 36 ₰ aber 4 ₰ darüber. Die Mischungsverhältnisse sind daher $4:8 = 1:2$. Daher müssen von der Sorte zu 24 ₰ genommen werden $\frac{1}{3} \cdot = \mathbf{33\frac{1}{3}\ Pfund}$, von der zweiten Sorte $100 - 33\frac{1}{3} = \mathbf{66\frac{2}{3}\ Pfund}$.

2. Pfalz. 1891.

Es mischt jemand 48 kg à 1,40 ℳ und 12 kg à 1 ℳ mit einer dritten Sorte à 1,06 ℳ. Wie viel muß er von der dritten Sorte nehmen, wenn 1 kg der Mischung 1,30 ℳ wert sein soll?

Lösung.

1 kg der Mischung der ersten und zweiten Sorte kostet $\frac{48 \times 1{,}4 + 12}{60} = 1{,}32$ ℳ, ist also 2 ₰ zu teuer, dagegen ist 1 kg der dritten Sorte 24 ₰ zu wohlfeil. Es müssen daher zu je 24 kg der ersten Mischung 2 kg der dritten Sorte gegeben werden; demnach zu 60 kg der ersten Mischung **5 kg** der dritten Sorte.

7. Niederbayern. 1888.

Ein Kaufmann mischt aus 3 Sorten Kochzucker à 85 ℳ pro Zentner, dann 75 ℳ und 50 ℳ einen Zentner das Pfund zu 60 ₰ und nimmt von den beiden ersten Sorten gleich viel; wie viel von jeder Sorte?

Lösung.

Da von der ersten und zweiten Sorte gleich viele Pfd. genommen werden, so kostet 1 Pfd. dieser Mischung 80 ₰, also 20 ₰ mehr als 1 Pfd. der weiteren Mischung. Dagegen kostet 1 Pfd. der dritten Sorte 10 ₰ weniger als das Pfd. der schließlichen Mischung. Um den Preis von 60 ₰ per Pfd. zu erhalten, müssen zu je 1 Pfd. der Mischung der beiden ersten Sorten 2 Pfd. der dritten Sorte gegeben werden. Die Mischung muß daher so gemacht werden, daß zu 1 Ztr. Mischung von der dritten Sorte **66⅔ Pfund** und von jeder der beiden anderen Sorten **16⅔ Pfund** genommen werden.

12. Schwaben. 1881.

Eine Mischung von 80 Liter Wein und Wasser enthält $\frac{1}{5}$ der Mischung Wasser. Wie viel Liter Wein müssen hinzugegossen werden, damit das Wasser $\frac{1}{10}$ der Mischung beträgt?

Lösung.

I. Da in 80 l Wein $\frac{1}{5}$ Wasser ist, so ist die sich gleich bleibende Wassermenge 10 l.
II. Nach Zugabe von Wein sind 10 l Wasser noch $\frac{1}{10}$ der Mischung, somit ist diese 100 l.
III. Damit 80 l durch Zumischung 100 l werden, müssen **20 Liter** Wein hinzugegossen werden.

6. Oberfranken. 1889.

Jemand kauft 1200 Liter Spiritus zu 75%. Der Preis für 1 hl Spiritus mit 80% ist 40 ℳ. Er will so viel Wasser zusetzen, daß er das Liter zu 40 ₰ verkaufen kann und dabei 60% verdient. a) Wie viel Wasser muß er zusetzen? b) Wie viel Prozent hat die Mischung?

Lösung.

A. I. In 1200 l Spiritus à 75% sind 900 l absoluter Alkohol.
II. Da 80 l Alkohol 40 ℳ kosten, so kostet 1 l $\frac{1}{2}$ ℳ, und 900 l kosten 450 ℳ.
III. Der Gewinn bei 450 ℳ Auslage ist $450 \times \frac{3}{5} = 270$ ℳ.
IV. Da nun die Verkaufssumme 720 ℳ beträgt und für je 1 hl 40 ℳ eingenommen werden, so müssen 18 hl verkauft werden.
V. Demnach müssen zu dem angekauften Spiritus von 12 hl noch **6 hl** Wasser zugesetzt werden.

B. Bei gleicher absoluter Menge des Alkohols verhalten sich die Prozente umgekehrt wie die Mengen der Mischungen. Es betragen daher die Prozente des gewässerten Branntweins $\frac{75}{18} \times 12 = \mathbf{50\%}$ (oder in 18 hl Spiritus sind 9 hl Alkohol, folglich in 100 Liter Spiritus **50 Liter** Alkohol).

4. Unterfranken 1882.

Jemand hat 50 l Branntwein à 1,20 ℳ. Wie viel Wasser muß er zugießen, um das Liter ohne Schaden zu 1 ℳ abgeben zu können?

1. Lösung

Die Einnahme muß $1{,}2 \times 50 = 60$ ℳ sein. Es müssen daher 60 l verkauft werden; folglich muß man zu 50 l Branntwein 10 l Wasser zugießen.

2. Lösung.

Um bei verschiedenen Preisen gleiche Einnahme zu erhalten, müssen die verkauften Mengen umgekehrt wie die Preise sich verhalten, somit muß die Menge des gewässerten Branntweins $50 \times \frac{5}{4} = 60$ l betragen. Es müssen daher **10 Liter** Wasser zugesetzt werden.

6. Schwaben. 1890.

Jemand hat 40 l einer 3prozentigen Salzsole und will eine 2,5 prozentige erhalten. Wie viel Wasser muß er zusetzen?

Lösung.

Die Flüssigkeit muß nach dem Wasserzusatze $\frac{40 \times 3}{2.5} = 48$ Liter sein; es müssen also **8 Liter** Wasser zugesetzt werden.

9. Schwaben. 1894.

Ein Wirt hat 36 l Wein à 1,08 ℳ. Wie viel Wasser muß er zugießen, um das Liter zu 90 ₰ geben zu können?

1. Lösung.

Die Einnahme muß $1{,}08 \times 36$ ℳ betragen. Die Anzahl der zu verkaufenden l ist daher $\frac{1{,}08 \times 36}{0{,}9} = 1{,}08 \times 40 = 43{,}2 = 43\frac{1}{5}$ l. Somit muß der Wirt **7⅕ Liter** Wasser zugießen.

2. Lösung.

Bei gleichem Weingehalte stehen die Mengen im umgekehrten Verhältnisse zu den Preisen. Es muß daher die mit Wasser gemischte Menge $\frac{1{,}08}{0{,}9} \times 36 = 43{,}2$ l betragen. Diese Menge wird durch Zusatz von **7,2 Liter** erhalten.

3. Oberpfalz. 1891.

In einem Gefäße sind 50 l reinen Alkohols. Aus diesem Gefäße werden 10 l genommen und durch Wasser ersetzt. Hierauf nimmt man von dieser Mischung wieder 10 l weg und gießt ebensoviel Wasser hinzu. Wie viel Prozent Alkohol enthält die Mischung zuletzt?

Lösung.

Nach der Entnahme von 10 l Alkohol und Zusatz von 10 l Wasser enthielt dieser Spiritus noch 40 l Alkohol und in jedem l Spiritus ⅘ l Alkohol, Werden nun 10 l Spiritus weggenommen, so wird der Alkoholgehalt wieder um 8 l weniger, so daß er nur mehr 32 l in 50 l Mischung ist. Die Alkoholprozente sind nun **64**.

8. Unterfranken. 1882.

Wenn aus 1 kg Sole 176 g Salz gewonnen wurden, wie viel Prozent Salzgehalt hatte dieselbe?

Lösung.

$176 : 10 =$ **17,6 %**.

7. Pfalz. 1885.

28 hl Weizen à 18 ℳ sind mit 24 hl einer anderen Sorte vermischt und das hl der Mischung für 20,40 ℳ mit $6\frac{1}{4}$ % Gewinn verkauft worden. Wie teuer war 1 hl der zweiten Sorte (beim Einkauf)?

Lösung.

I. Der Gewinn bei 1 hl Mischung war $\frac{20{,}4}{17} = 1{,}2$ ℳ; somit kostete 1 hl Mischung 19,2 ℳ.

II. Die Mehrkosten von 24 hl mußten die Minderkosten von 28 hl also $1{,}2 \times 28$ ℳ decken.

III. Es kostete 1 hl der teuereren Sorte $\frac{1{,}2 \times 28}{24} = 1{,}40$ ℳ mehr als 19,2 ℳ, somit im ganzen $19{,}20 + 1{,}40 = \mathbf{20{,}60}$ ℳ.

10. Mittelfranken. 1885.

Zwei Sorten Kaffee, die eine zu 1,80 ℳ, die andere zu 1,64 ℳ per kg, werden gemischt und nun das kg um 1,75 ℳ verkauft. Hiedurch werden bei 40 kg 2 ℳ gewonnen. Wie viel kg wurden von jeder Sorte zur Mischung genommen?

Lösung.

Der Gewinn bei jedem kg war 5 ₰. Ohne diesen hätte jedes kg 1,70 ℳ gekostet. Da 1,70 ℳ um 10 ₰ niedriger ist als 1,80 ℳ und um 6 ₰ höher als 1,64, so waren die Mischungsverhältnisse 6 kg besserer Sorte zu 10 kg schlechterer. Es wurden daher zu 40 kg von der besseren Sorte $40 \times \frac{6}{16} = \mathbf{15\ kg}$, von der geringeren **25 kg** gemischt.

4. Oberfranken. 1894.

Jemand mischt 50 und 75 l Wein und verkauft das l Mischung mit 10 % Gewinn um 1,76 ℳ. Wie viel hat 1 l jeder Sorte (beim Einkaufe) gekostet, wenn 1 l der ersten Sorte 0,20 ℳ weniger kostet als 1 l der zweiten?

Lösung.

I. Der Einkaufspreis für je 1 l Mischung betrug $1{,}76 \times \frac{11}{12} = 1{,}60$ ℳ.

II. Die ganze Mischung kostete $1{,}6 \times 125 = 200$ ℳ.

III. Hätte die erste Sorte so viel wie die zweite gekostet, so wäre die Einkaufsumme 210 ℳ gewesen.

IV. Da bei dem Preise der zweiten Sorte die Mischung 210 ℳ gekostet hätte, so war der Preis für je 1 l der zweiten Sorte $\frac{210}{125} = \mathbf{1{,}68}$ ℳ.
Je 1 l der ersten Sorte kostete **1,48** ℳ.

7. Mittelfranken. 1894.

Eine Legierung aus Blei und Zinn wiegt in freier Luft 6, im Wasser 5,4 kg. Wie viel ist von jedem Metall in einer Mischung enthalten, wenn das spezifische Gewicht des Bleies $11\frac{1}{4}$, das des Zinnes $7\frac{1}{2}$ gerechnet wird?

Lösung.

Der Gewichtsverlust im Wasser ist $6 - 5{,}4 = 0{,}6$ kg. Das spezifische Gewicht der Legierung ist $6 : 0{,}6 = 10$ d. h. 1 cdm wiegt 10 kg, und das Volumen von 6 kg ist 0,6 cdm. Es wiegt 1 cdm Blei 1¼ kg mehr und 1 cdm Zinn 2½ kg weniger als 1 cdm Legierung. Daher ergeben sich als Mischungsverhältnisse 2 Raumteile Blei zu 1 Raumteil Zinn. Demnach sind in der oben bezeichneten Legierung **0,4 cdm** oder **4,5 kg** Blei und **0,2 cdm** oder **1,5 kg** Zinn.

4. Oberfranken. 1890.

Ein Weinhändler will 1 hl Wein, das l zu 1,20 ℳ herstellen. Er möchte hierzu ein Faß mit 60 l à 1,50 ℳ verwenden. Wie viel Wein à l 1,20 ℳ und 0,80 ℳ und wie viel Wasser muß er beimischen?

Lösung.

1 hl, das l à 1,20 ℳ, kostet 120 ℳ. Die 60 l à 1,50 ℳ kosten 90 ℳ. Es bleiben somit noch 30 ℳ übrig, für welche Wein à l 1,20 ℳ (?) und 0,80 ℳ nebst Wasser so zu nehmen sind, daß ihre Menge 40 l beträgt. Dieser Anforderung genügen selbst dann, wenn auch Bruchteile vermieden werden, mehrere Fälle, z. B. 19 l Wein à 1,20 ℳ, 9 l Wein à 0,80 ℳ und 12 l Wasser oder 23 l Wein à 1,20 ℳ, 3 l Wein à 0,80 ℳ und 14 l Wasser oder 15 l Wein à 1,20 ℳ, 15 l Wein à 0,80 ℳ und 10 l Wasser. Die Aufgabe ist daher eine diophantische (!).

X. Aufgaben aus der Planimetrie.

10. Schwaben. 1891.

Zwei Winkel, welche an einer Seite eines Parallelogramms liegen, stehen im Verhältnisse 3 : 5. Wie viele Grade hält jeder derselben?

Lösung.

Beide Winkel haben zusammen 180°, der eine hat $\frac{180 \times 3}{8} = 67\frac{1}{2}°$, der andere $112\frac{1}{2}°$.

4. Mittelfranken. 1889.

Die Seiten zweier Quadrate verhalten sich wie 2 : 3. Die Summe der Inhalte beider beträgt 1053 qm. Wie lang sind die Seiten derselben?

Lösung.

Die Quadratflächen verhalten sich wie die Quadrate der Seiten, also wie 4 : 9. Es hat daher das erste Quadrat $\frac{1053 \times 4}{13} = 81 \times 4$ qm und das zweite Quadrat 81×9 qm. Die Seiten sind $9 \times 2 = \mathbf{18\ m}$ und $9 \times 3 = \mathbf{27\ m}$.

7. Oberbayern. 1888.

Wird eine Schnur, die ein Quadrat umspannt, um 12 m verlängert, so kann man damit ein Quadrat mit dem 4fachen Inhalte des ersten umspannen. Wie lange war die Schnur anfangs?

Lösung.

Da die Umfänge ähnlicher Flächen sich verhalten wie die Wurzeln aus den Inhalten, so folgt, daß die Schnur nach der Verlängerung um 12 m die doppelte Länge hatte. Sie war daher anfangs **12 m lang.**

10. Unterfranken. 1888.

Die Umfänge zweier Quadrate verhalten sich wie 3 : 7. Welchen Flächeninhalt hat das zweite Quadrat, wenn das erste $4\frac{1}{2}$ qm hat?

Lösung.

Die Flächeninhalte der Quadrate verhalten sich wie die Quadrate der Umfänge 9 : 49. Wenn nun der Inhalt des ersten $\frac{9}{2}$ qm ist, so ist der Inhalt des zweiten $\frac{49}{2} =$ **24½ qm.**

5. Unterfranken. 1889.

Die Summe zweier Quadrate ist 3 a 40 qm, die Differenz derselben 52 qm. Von welchem Umfang ist jedes Quadrat?

Lösung.

Das eine Quadrat hat $\frac{340+52}{2} = 196$ qm, das andere 144 qm. Die Seite des größeren Quadrates ist 14 m und dessen Umfang **56 m**; die Seite des kleineren Quadrates ist 12 m und sein Umfang **48 m.**

11. Schwaben. 1891.

Der Umfang eines quadratischen Ackers beträgt $2\frac{2}{5}$ m. Um denselben führt ein Graben, der 1,75 m breit ist. Wie groß ist der Umfang des Ackers, wenn der Graben hinzugerechnet wird?

Lösung.

Der Umfang beträgt $2\frac{2}{5} + 8 \times 1{,}75 = \mathbf{16\frac{2}{5}}$ **m.**

2. Oberpfalz. 1882.

Verlängert man die Seiten eines Quadrates um 2 m, so gewinnt man 36 qm an Inhalt. Wie groß waren ursprünglich die Seiten?

Lösung.

Bei der Verlängerung jeder Quadratseite um 2 m wird links und rechts je 1 m hinzugefügt. Die Vergrößerung des ursprünglichen Quadrates besteht aus 4 Quadraten mit je 1 m Seitenlänge und 4 Rechtecken von je 1 m Breite. Zieht man von 36 qm 4 qm ab, so bleiben für die 4 Rechtecke zusammen 32 qm, somit für je 1 Rechteck 8 qm mit 1 m Breite und 8 m Länge. Letztere Strecke ist so groß wie die Länge der ursprünglichen Quadratseite, nämlich **8 m**. (Die Lösung der Aufgabe kann auch nach der Formel $X = (f - a^2) : 2a$ gemacht werden, wobei X die gesuchte Länge der ursprünglichen Quadratseite, a deren Verlängerung und f die Flächenzunahme bezeichnet.)

8. Oberpfalz. 1890.

Ein rechteckiges Grundstück, dessen Länge sich zur Breite verhält wie 4 : 5 hat 1620 qm. Wie lang und wie breit ist das Grundstück?

Lösung.

Das Grundstück ist 81 mal größer als ein $4 \times 5 = 20$ qm großes. Also ist die 20 qm große Fläche im Grundstück 9 mal in der Länge und 9 mal in der Breite enthalten. Daraus folgt, daß die Länge des Grundstückes $4 \times 9 = \mathbf{36\ m}$, die Breite $5 \times 9 = \mathbf{45\ m}$ beträgt.

1. Pfalz. 1890.

Länge und Breite eines Rechteckes verhalten sich wie 3 : 8. Der Umfang mißt 187 m, welches ist Länge, Breite und Inhalt des Rechteckes?

Lösung.

Der halbe Umfang ist auf Länge und Breite im Verhältnisse 3 : 8 zu teilen. Hieraus ergibt sich als Länge $187 \times \frac{3}{11} = \frac{561}{11}$ m und als Breite $187 \times \frac{8}{11}$ m. Somit ist die Länge $\mathbf{25\frac{1}{11}\ m}$, die Breite **68 m** und der Inhalt **1734 qm**.

1. Oberpfalz. 1892.

Ein Stück Land von der Form eines Rechteckes ist $2\frac{1}{4}$ mal so lang als breit oder um 155 m länger. Wie groß ist seine Fläche?

Lösung.

Wenn die längere Seite $2\frac{1}{4}$ mal so groß als die kleinere ist, so ist die Zugabe zur kleineren $1\frac{1}{4}$ mal ihre Größe. Es ist daher $1\frac{1}{4}$ mal die Länge der kleineren Seite 155 m; also ist die kleinere Seite 124 m, die längere Seite ist 279 m. Nun ist der Flächeninhalt des Rechteckes **34596 qm**.

5. Oberfranken. 1893.

Um einen Garten, der die Form eines Rechteckes von 720 qm hat und bei dem sich die Länge zur Breite wie 9 : 5 verhält, legt man einen Weg von 1 m Breite. Welchen Flächenraum nimmt der Weg ein, und wie viel kann zur Anpflanzung benützt werden?

Lösung.

I. Eine 9 m lange und 5 m breite Fläche verhält sich zu 720 qm wie 1 : 16. Daher verhalten sich gleichliegende Strecken wie 1 : 4.

II. Die Länge des Rechteckes ist daher $9 \times 4 = 36$ m, die Breite $5 \times 4 = 20$ m.

III. Werden Länge und Breite um je 2 m verkürzt, so beträgt die zur Anpflanzung verbleibende Strecke $34 \times 18 = \mathbf{612\ qm}$.

IV. Der Flächenraum des Weges ist $720 - 612 = \mathbf{108\ qm}$.

2. Mittelfranken. 1888.

Die Länge eines rechteckigen Grundstückes verhält sich zur Breite wie 8 : 7. Von demselben wird ein Stück von $\frac{2}{3}$ der Fläche zu einem Garten und der Rest, welcher 134,4 a beträgt, zu einem Bauplatz verwendet. Wie lang und wie breit ist dieses Grundstück?

Lösung.

I. Es sind $\frac{3}{5}$ des Grundstückes 134,4 a. Das Grundstück war also 224 a = 2240 qm groß.

II. Das 56 fache Quadrat der Zahl, mit welcher 8 und 7 multipliziert werden muß, um die richtige Länge und Breite zu erhalten, ist 22400, das Quadrat der Zahl ist 400 und die Zahl selbst 20.

III. Die Länge des Grundstückes ist **160 m**, die Breite **140 m**.

5. Oberfranken. 1890.

Ein Feld in Form eines Rechteckes gibt auf dem ha 20 hl Ertrag an Roggen. Wenn nun der Umfang des Feldes 540 m beträgt und dabei die Länge zur Breite sich wie 20:7 verhält, das hl zu 75 kg gerechnet wird und der Zentner Roggen $8\frac{1}{2}$ ℳ kostet, welches ist der Ertrag dieses Feldes (an Geld) in einem Jahre?

Lösung:

I. Die Länge des Feldes ist $\frac{1}{2} \times \frac{540}{7} \times 20 = 200$ m, die Breite 70 m.

II. Die Feldfläche beträgt 14000 qm oder 140 a oder 1,4 ha.

III. Die geerntete Menge Roggen ist 28 hl.

IV. Diese wiegen $28 \times \frac{3}{4} = 21$ Meterzentner.

V. Der Wert von 21 Meterzentnern à 17 ℳ beträgt **357** ℳ.

10. Schwaben. 1888.

Wie breit muß ein 20 cm langes Rechteck sein, dessen Diagonale 25 cm mißt?

Lösung.

Die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreieckes ist 5×5 m, die eine Kathete 4×5 cm, also ist die andere d. i. die Breite $3 \times 5 = \mathbf{15\ cm}$.

11. Schwaben. 1886.

Ein Rechteck ist 30 m breit und 10 m länger als breit. Wie groß ist seine Diagonale?

Lösung.

Die Länge ist 4×10 m, die Breite 3×10 m, also ist die Diagonale $5 \times 10 = \mathbf{50\ m}$.

12. Schwaben 1890.

Addiert man zwei anliegende Seiten eines Rechteckes, so erhält man 84 m. Die Differenz der beiden Seiten ist 12 m. Wie groß ist der Inhalt des Rechteckes?

Lösung.

Die eine Seite ist 48, die andere Seite 36, der Inhalt $36 \times 48 = 144 \times 12 = \mathbf{1728\ qm}$.

9. Oberbayern. 1885.

Die Diagonale eines Rechteckes ist 10 m; wie lang und wie breit ist dasselbe, wenn sich die Länge zur Breite wie 4:3 verhält?

Lösung.

Wenn die Länge 4 m, die Breite 3 m ist, so ist die Diagouale 5 m. Da aber die letztere zweimal größer ist, so sind auch Länge und Breite 2 mal größer, d. h. sie messen **8 m** und **6 m**.

3. Pfalz. 1888.

Ein Dach ist bis zum Giebel 15 m, bis zum Dache 11 m hoch. Die Breite der Giebelmauer ist 16,60 m. Welches ist der Quadratinhalt der Giebelmauerfläche?

Lösung.

Die Fläche bis zum Dache ist $16{,}6 \times 11 = 182{,}6$ qm, von da bis zum Giebel $4 \times \frac{16{,}6}{2} = 33{,}2$ qm; somit die ganze Mauerfläche $182{,}60 + 33{,}20 = \mathbf{215{,}80\ qm}$.

6. Mittelfranken. 1891.

Von zwei Dreiecken ist jedes 6 m hoch. a) Wie groß ist jedes, wenn die Grundlinie des einen 13 m und diejenige des anderen 9 m lang ist. b) Wie verhalten sich die Flächenräume beider?

Lösung.

A. Das eine Dreieck hat **39 qm**, das andere **27 qm**. B. Dreiecke mit gleichen Höhen verhalten sich wie ihre Grundlinien **13 : 9**.

9. Unterfranken. 1895.

Die Diagonale eines Rechteckes mißt 17 m, die Länge 15 m. Man bestimme Umfang und Fläche dieses Rechteckes!

Lösung.

Bei einer Hypotenuse von 17 m und der einen Kathete von 15 m ist die andere Kathete oder die Breite des Rechteckes **8 m** (nämlich $\sqrt{32 \times 2}$). Der Umfang ist $2 \times 23 = \mathbf{46\ m}$ und die Fläche des Rechteckes $8 \times 15 = \mathbf{120\ m}$.

5. Schwaben. 1887.

Ein gleichschenkeliges Dreieck hat eine Basis von 30 cm. Wie hoch ist dasselbe, wenn die gleichlangen Seiten je 25 cm haben?

Lösung.

In dem rechtwinkligen Dreieck aus Seite, halber Basis und Höhe ist die Hypotenuse 6×5 cm, die halbe Basis 3×5 cm, also ist die Höhe $4 \times 5 = \mathbf{20\ cm}$.

2. Unterfranken. 1895.

Die Inhalte zweier ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 9 : 25; eine Seite des ersten Dreieckes mißt 4,8 m; wie groß ist die entsprechende Seite des zweiten?

Lösung.

Die Seiten verhalten sich wie die Wurzeln von 9 und 25, also wie 3 : 5. Wenn nun die Seite des ersten Dreieckes 4,8 ist, so ist die zweite $1{,}6 \times 5 = \mathbf{8\ m}$ lang.

11. Schwaben. 1894.

Die Quadratflächen zweier ähnlicher Dreiecke verhalten sich wie 9 : 16. Eine Seite des ersten Dreieckes mißt 6 m. Wie lang ist die homologe Seite des zweiten Dreieckes?

Lösung.

Die Seiten der Dreiecke verhalten sich wie 3 : 4. Wenn daher die Seite des ersten Dreieckes 6 m mißt, so ist die Seite des zweiten Dreieckes **8 m** lang.

4. Mittelfranken. 1890.

Der Schatten eines Baumes mißt 42,75 m. Ein vertikal in die Erde gesteckter Stab von 4,5 m Länge wirft zu gleicher Zeit einen 4,75 m langen Schatten. Wie hoch ist der Baum?

Lösung.

Die Länge des Schattens des Stabes (4,75) verhält sich zur Länge des Schattens des Baumes (42,75) wie die Höhe des Stabes zur Höhe des Baumes. Demnach ist die Höhe des Baumes $\frac{42{,}75}{4{,}75} \times 4{,}5 = \mathbf{40{,}5\ m.}$

11. Schwaben. 1892.

Grundlinie und Höhe eines Dreieckes sind zusammen 96 m. Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn die Höhe 16 m länger ist als die Grundlinie?

Lösung.

Die Grundlinie ist 40 m, die Höhe 56 m, der Flächeninhalt $20 \times 56 = \mathbf{1120\ qm.}$

4. Pfalz. 1888.

Ein unregelmäßiges Fünfeck hat 2 Diagonalen von 25 m und 60 m. Die Höhe der beiden äußeren Dreiecke ist 16 m und 30 m. Die auf die größere Diagonale gezogene Höhe des mittleren Dreieckes ist 24 m. Welches ist der Flächeninhalt?

Lösung.

Wenn 16 m die auf die 25 m lange Diagonale gefällte Höhe ist, dann ergibt sich als Inhalt $\frac{16 \times 25}{2} + \frac{24 \times 60}{2} + \frac{30 \times 60}{2} = 200 + 720 + 900 = \mathbf{1820\ qm.}$

4. Mittelfranken. 1885.

Ein verschobenes Quadrat hat einen Umfang von 15 m und die Senkrechte der Grundlinie bis zur Parallelen mißt $\frac{3}{5}$ der letzteren. Wie groß ist der Flächeninhalt?

Lösung.

Jede Seite mißt $\frac{15}{4}$ m; die Höhe der Raute ist $\frac{15}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{4}$ m. Somit ist der Inhalt $\frac{15}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{135}{16} = \mathbf{8\frac{7}{16}\ qm.}$

8. Schwaben. 1890.

Die Längen der Diagonalen eines Rhombus sind 36 cm und 30 cm lang, wie groß ist der Flächeninhalt?

Lösung.

Der Flächeninhalt ist $18 \times 30 = \mathbf{540}$ **qcm** (der Inhalt einer Raute ist so groß, wie das halbe Produkt der beiden Diagonalen).

11. Schwaben. 1893.

Der Inhalt einer Raute beträgt $26\frac{1}{4}$ qm. Wie lange ist die kleinere Diagonale, wenn die größere $10\frac{1}{2}$ m mißt?

Lösung.

Wenn der Inhalt $26\frac{1}{4}$ qm und die größere Diagonale $10\frac{1}{2}$ m ist, so muß die kleinere Diagonale $26\frac{1}{4} \times 2 : 10\frac{1}{2} = \mathbf{5}$ **m** lang sein.

2. Pfalz. 1889.

In einem Paralleltrapez werden die Nichtparallelen bis zum Durchschnittspunkte verlängert; die eine Parallele mißt 18 m, die andere 60 m. Wie groß ist der Abstand derselben von einander, wenn die Entfernung des genannten Durchschnittspunktes von der kleineren Parallele 10 m beträgt?

Lösung.

Die Abstände der Parallelen vom Durchschnittspunkte verhalten sich wie deren Längen. Die größere Parallele ist vom Durchschnittspunkte $33\frac{1}{3}$ m entfernt; daher ist die Entfernung der Parallelen von einander $33\frac{1}{3} - 10 = \mathbf{23\frac{1}{3}}$ **m.**

3. Oberfranken. 1892.

Eine trapezförmige Fläche soll eichenartig maseriert werden. Die Parallelseiten verhalten sich wie 3 : 5 und die Höhe beträgt 3 m. Wie groß ist jede der Parallelseiten, wenn per qm 80 ₰ und im ganzen 12 ℳ bezahlt werden?

Lösung.

Die Fläche des Trapezes beträgt $1200 : 80 = 15$ qm. Da die Höhe 3 m ist, so ist die halbe Summe der Parallelseiten 5, die ganze Summe 10. Es ist daher die kleinere Parallelseite $10 \times \frac{3}{8} = \mathbf{3\frac{3}{4}}$ **m,** die größere $\mathbf{6\frac{1}{4}}$ **m** lang.

9. Mittelfranken. 1894.

Ein Garten von der Form eines Trapezes ist 21 a groß; die eine parallele Seite mißt 60 m, die Höhe 40 m. Wie lang ist die andere parallele Seite?

Lösung.

Die Summe der beiden parallelen Seiten ist $\frac{2 \cdot 21}{40} = 105$ m. Da die eine derselben 60 m lang ist, so mißt die andere **45 m.**

2. Unterfranken. 1893.

Ein Trapez hält 10 a und 20 qm; wie groß ist der senkrechte Abstand der Parallelen, wenn diese 28 m und 40 m messen?

Lösung.

Der Abstand der Parallelen ist $\frac{1200}{40} = \mathbf{30\ m.}$

12. Schwaben. 1894.

In einem symmetrischen Paralleltrapez messen die beiden Parallelen 40 m und 30 m. Die Länge einer Divergierenden beträgt 13 m. Welche Höhe hat dieses Trapez?

Lösung.

Die divergierende Seite bildet mit der Höhe und dem halben Unterschiede der Parallelen $\left(\frac{40-30}{2}\right)$ ein rechtwinkeliges Dreieck; daher ist die Höhe $= \sqrt{(13)^2 - 5^2}$ $\sqrt{144} = \mathbf{12\ m.}$

12. Schwaben. 1886.

Ein runder Tisch hat eine Oberfläche von 154 qdm. Wie groß ist sein Halbmesser? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

Das $\frac{22}{7}$ fache Quadrat des Halbmessers ist 154; folglich ist das Quadrat 7×7, daher der Halbmesser **7 dm.**

4. Pfalz. 1890.

Ein Kreis hat gleichen Durchmesser mit einem Quadrate, dessen Seite 7 m mißt. Wie groß ist die Differenz ihrer Inhalte?

Lösung.

Der Unterschied ist $49 - \frac{14}{22} \times \frac{22}{7} = 49 \times \frac{3}{22} = \frac{21}{2} = \mathbf{10\frac{1}{2}\ qm.}$

7. Mittelfranken. 1891.

Ein Kreis hat denselben Umfang wie ein Quadrat, nämlich 22 dm. Wie groß ist der Unterschied der Inhalte beider Figuren? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

I. Der Halbmesser des Kreises ist $\frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2}$ dm.

II. Die Kreisfläche ist $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} = \frac{77}{2} = 38{,}5$ qdm.

III. Jede Quadratseite mißt $\frac{11}{2}$ dm.

IV. Der Inhalt des Quadrates ist $\frac{11^2}{4} = 30{,}25$ qdm.

V. Der Kreis ist größer um $38{,}5 - 30{,}25 = \mathbf{8{,}25\ qdm.}$

6. Mittelfranken. 1892.

Die Fläche eines Kreises beträgt 314 m. Dieselbe soll verdoppelt werden; um wie viel ist der Radius zu verlängern?

Lösung.

Der Radius des kleinen Kreises ist 10 m. Da sich die Radien zweier Kreise wie die Wurzeln aus ihren Flächeninhalten verhalten, so ist der zu suchende Radius $10\sqrt{2} = 14{,}14$ m. Der Radius des kleineren Kreises ist daher um **4,14 m** zu verlängern.

3. Pfalz. 1889.

Der Minutenzeiger einer Uhr hat $5\frac{1}{2}$ cm, der Stundenzeiger 4 cm. Wie groß ist die Fläche des Kreisringes, der von beiden Spitzen der bewegten Zeiger beschrieben wird? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

$[(\frac{11}{2})^2 - (\frac{8}{2})^2] \times \frac{22}{7} = \frac{57}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} = \frac{627}{28} = \mathbf{22\frac{11}{14}}$ **qcm.**

5. Mittelfranken. 1889.

Die Sehne eines Kreises mißt 4,8 m und ihre Entfernung vom Mittelpunkte 1,8 m. Wie groß ist der Radius?

Lösung.

Der Radius bildet mit der halben Sehne (2,4 m) und ihrem Abstande vom Mittelpunkte ein rechtwinkeliges Dreieck. In diesem ist die eine Kathete $3 \times 0{,}6$ m, die andere $4 \times 0{,}6$ m, also ist die Hypotenuse oder der Radius des Kreises $5 \times 0{,}6 =$ **3 m** groß.

6. Unterfranken. 1882.

Wie groß ist eine Viertelkreislinie bei einem Radius von 1,4 m?

Lösung.

$$\frac{2 \times 1{,}4 \times 22}{4 \times 7} = \mathbf{2{,}2\ m.}$$

3. Unterfranken. 1895.

Wie groß ist der Bogen eines Kreissektores von 60° Zentriwinkel, wenn der Radius des Kreises 9 cm mißt?

Lösung.

Die Länge des Bogens ist $\frac{1}{6}$ des Kreisumfanges ($2 \times 9 \times \frac{22}{7}$), beträgt also $\frac{2 \times 9}{6} \times \frac{22}{7} = \mathbf{9\frac{3}{7}}$ **cm.**

3. Unterfranken. 1892.

Der Radius eines Kreises ist 1,4 m; wie lange ist das Bogenstück zu einem Zentriwinkel von 72°?

Lösung.

Das Bogenstück ist $\frac{2 \times 1{,}4}{5} \times \frac{22}{7} = \mathbf{1{,}76\ m.}$

6. Unterfranken. 1886.

Wie groß ist der Flächeninhalt eines Kreissektors von 36°, wenn der Durchmesser des dazu gehörigen Kreises 20 m beträgt? ($\pi = 3{,}14$).

Lösung.

Der ganze Kreis ist 314 qm, der Kreissektor von 36° der zehnte Teil hievon d. i. **31,4 qm.**

2. Unterfranken. 1885.

Wie groß ist die Fläche eines Kreisausschnittes mit dem Halbmesser 4 cm und 72° Zentriwinkel? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

Da 72° der 5. Teil von 360° ist, so ist der Kreisausschnitt $\frac{1}{5} \times \frac{16 \times 22}{7} = \frac{352}{35} = 10\frac{2}{7}$ **qcm.**

5. Mittelfranken. 1888.

Ein Sektor eines Kreises, dessen Radius 10 m mißt, ist 15,7 qm groß; welches ist der Zentriwinkel dieses Sektors? ($\pi = 3{,}14$).

Lösung.

Die Fläche des ganzen Kreises ist $10 \times 10 \times 3{,}14 = 314$ qm. Die Fläche des Sektors ist $\frac{1}{20}$ hievon; folglich ist der Zentriwinkel des Sektors $\frac{1}{20}$ von 360°, also **18°.**

8. Pfalz. 1885.

Der Inhalt eines Kreissektors ist $62\frac{4}{5}$ qcm, der Zentriwinkel 18°. Wie lange ist der dazu gehörige Radius? ($\pi = 3{,}14$).

Lösung.

I. Die Kreisfläche ist $62\frac{4}{5} \times 20 = 314 \times 4$ qcm.

II. Das Quadrat des Radius ist $\frac{314 \times 4}{3{,}14} = 400$ qcm.

III. Der Radius ist $\sqrt{400} = \mathbf{20\ cm.}$

4. Pfalz. 1891.

Ein elliptischer Tisch mit den Hauptachsen 1 m und 1,5 m kann durch 4 Einlegbretter von 1 m Länge und $\frac{3}{4}$ m Breite vergrößert werden. Wie groß ist der Flächeninhalt des ausgezogenen Tisches?

Lösung.

Der Flächeninhalt besteht aus der Fläche der Ellipse $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 3{,}14 = 1{,}1775$ qm und aus der Fläche der Einlegbretter $4 \times \frac{3}{4} = 3$ qm. Der Flächeninhalt des ausgezogenen Tisches ist daher **4,1775 qm.**

XI. Aufgaben aus der Stereometrie.

9. Unterfranken. 1892.

Die Oberfläche eines Würfels ist 384 qm. Welches ist der Rauminhalt desselben?

Lösung.

Der Flächeninhalt der einen Würfelseite ist 64 m. Somit ist eine Würfelkante 8 m und der Rauminhalt des Würfels **512 cbm.**

8. Unterfranken. 1891.

Die Kanten zweier Würfel verhalten sich wie $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$. Wie groß ist der erstere, wenn der zweite 512 cbm hat?

Lösung.

Die Kanten verhalten sich wie 9 : 8. Da die Würfel wie die dritten Potenzen der Kanten sich verhalten, der zweite Würfel 8^3 ist, so ist der Inhalt des ersten Würfels $9^3 = \mathbf{729\ cbm.}$

5. Mittelfranken. 1890.

Die Kanten zweier Würfel verhalten sich zu einander wie 3 : 5, und die Differenz ihrer Inhalte beträgt 2646 cbm. Wie lang ist die Kante eines jeden Würfels?

Lösung.

Die Differenz zweier Würfel mit den Kanten 3 und 5 ist $125 - 27 = 98$. Die Differenz der oben bezeichneten Würfel ist $2646 : 98 = 27$ mal größer. Es ist daher jede Seite 3 mal größer als 3, bezw. 5 m. Also sind die Kanten der Würfel **9 m** bezw. **15 m.**

6. Oberpfalz. 1895.

Die Seitendiagonale eines regelmäßigen, vierseitigen Prismas mit quadratischer Basis mißt 10 cm, die Höhe 8 cm; welches ist der Kubikinhalt des Prismas?

Lösung.

Wenn die Diagonale einer Seitenfläche 10 cm, die Höhe 8 cm mißt, so ist die Seite der Grundfläche 6 cm, die Grundfläche 36 qcm, und der Kubikinhalt des Prismas $36 \times 8 = \mathbf{288\ qcm.}$

5. Pfalz. 1885.

Ein (senkrechtes!) Prisma mit quadratischen Endflächen hat 13500 ccm Inhalt; verlängert man die Seitenkanten desselben um 12 cm, so erhält das Prisma einen Zuwachs von 2700 ccm. Welche Länge der Seitenkanten hatte das Prisma anfangs?

Lösung.

I. Aus dem Zuwachs von 2700 ccm durch Verlängerung der Höhe des Prismas folgt, daß die quadratische Grundfläche $\frac{2700}{12} = 225$ qcm mißt.

II. Die Länge der Seitenkanten war anfangs $\frac{13500}{225} = \mathbf{60\ cm.}$

12. Schwaben. 1894.

Die Grundkante einer quadratischen Säule von 1,215 cbm Inhalt ist 0,9 m. Welche Höhe hat diese Säule?

Lösung.

Die Grundfläche ist 0,81 qm, daher die Höhe der Säule $\frac{1{,}215}{0{,}81} = \mathbf{1{,}5\ m.}$

8. Oberbayern. 1888.

Ein Balken von der Form einer quadratischen Säule hat eine Gesamtoberfläche von 558 qdm. Welches ist seine Stärke und Länge, wenn erstere 15 mal in letzterer enthalten ist?

Lösung.

Wenn die Stärke (die Länge der Seite des quadratischen Querschnitts) 1 Einheit groß ist, so ist die Oberfläche $2 \times 1^2 + 4 \times 1 \times 15 = 62$ Quadrateinheiten. Da diese 558 qdm beträgt, so ist eine Flächeneinheit 9 qdm und 1 Seite derselben 3 dm groß. Demnach beträgt die Stärke des Balkens **3 dm**, die Länge **45 dm.**

9. Schwaben. 1887.

Ein Eiskeller faßt 81 cbm Inhalt. Die Länge, Breite und Höhe desselben verhalten sich wie 4 : 3 : 2. Wie lang, breit und hoch ist der Keller?

Lösung.

Je 4 m Länge, 3 m Breite und 2 m Höhe geben 24 cbm Inhalt. Die Volumen ähnlicher Körper verhalten sich wie die dritten Potenzen gleichliegender Seiten. Demnach verhält sich 24 : 81 wie 4^3 zur dritten Potenz der Länge des Kellers. Diese dritte Potenz ist demnach $\frac{81 \times 4^3}{24}$, daher die Länge **6 m.** Bei 6 m Länge ist die Breite **4,5 m** und die Höhe **3 m.** (Abgekürztes Verfahren: $4 \times 3 \times 2 \times$ dritte Potenz eines Faktors $= 81$. Die dritte Potenz dieses Faktors ist $\frac{81}{24} = \frac{27}{8}$; die erste Potenz ist $\frac{3}{2}$; daher ist die Länge $4 \times \frac{3}{2} = 6$ m, die Breite $3 \times \frac{3}{2} = 4\frac{1}{2}$ m, die Höhe $2 \times \frac{3}{2} = 3$ m.)

6. Oberpfalz 1894.

Von einer 5 m hohen quadratischen Pyramide wird die Spitze mit 2 m Höhe abgeschnitten. Wie groß ist eine Kante der Schnittfläche, wenn die Grundfläche 100 qm beträgt?

Lösung.

I. Die Kante der Grundfläche ist 10 m lang.

II. Die Kante der Schnittfläche ist $10 \times \frac{2}{5} = 4$ **m.**

(Gleichliegende Seiten der parallelen Grund- und Schnittfläche verhalten sich wie die Entfernungen der Flächen von der Spitze.)

7. Mittelfranken. 1889.

Eine quadratische Pyramide hat Dreiecke von 1,2 m Grundlinie und 2,8 m Höhe der Seitenflächen; wie groß ist die Oberfläche?

Lösung.

Die Oberfläche ist $1{,}44 + 2 \times 1{,}2 \times 2{,}8 = 1{,}44 + 1{,}2 \times 5{,}6 =$ **8,16 qm.**

5. Unterfranken. 1886.

Wie groß ist die Grundkante einer quadratischen Pyramide von 144 cbm Rauminhalt, wenn die Höhe das Doppelte der Grundkante beträgt?

Lösung.

$\frac{1}{8}$ der 3. Potenz der Grundkante sind 144, somit ist $\frac{1}{3}$ der 3. Potenz 72 und die dritte Potenz $8 \times 9 \times 3$, woraus sich die 1. Potenz der Grundkante zu **6 m** ergibt.

4. Pfalz. 1889.

Wie hoch muß eine quadratische Pyramide sein, welche einem Würfel von 8 cm langen Kanten inhaltsgleich ist, wenn jede der 4 Grundkanten der Pyramide 12 cm mißt?

Lösung.

Die 48fache Höhe der Pyramide ist gleich dem Inhalte des Würfels nämlich $8 \times 8 \times 8$ ccm. Demnach ist die Höhe $= \mathbf{10\frac{2}{3}\ cm.}$

9. Unterfranken. 1893.

Die Höhen zweier ähnlicher Pyramiden verhalten sich wie 2 : 5. Wenn die Grundfläche der kleineren Pyramide 124 qm hat, welchen Inhalt hat die Grundfläche der größeren?

Lösung.

Die Flächen verhalten sich wie die Quadrate der Entfernungen von der Spitze; daher ist die größere Grundfläche $124 \times \frac{25}{4} = \mathbf{775\ qm.}$

10. Schwaben. 1886.

Die Dicke der Mauer eines Turmes ist $1\frac{3}{4}$ m, der innere Durchmesser ist $3\frac{1}{2}$ m; wie groß ist der ganze Durchmesser des Turmes?

Lösung.

Der ganze Durchmesser ist $3\frac{1}{2} + 2 \times 1\frac{3}{4} = \mathbf{7\ m.}$

8. Oberbayern. 1881.

Wie groß ist die Mantelfläche eines Cylinders von 17,5 cm Durchmesser und 80 cm Höhe? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

Die Mantelfläche mißt $175 \times \frac{22}{7} \times 8 = 25 \times 8 \times 22 = \mathbf{4400\ qcm.}$

11. Schwaben. 1888.

Wie hoch steht das Wasser in einem kreisrunden Bassin von 4 m Durchmesser, wenn letzteres 8,8 cbm Wasser enthält? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

Die $\frac{25}{7}$ fache Höhe ist 8,8; folglich ist die Wasserfläche **0,7 m.**

7. Mittelfranken. 1892.

Ein eichener Baumstamm von 8 m Länge und 0,7 m mittlerem Durchmesser wird per cbm um 40 ℳ verkauft; wie teuer ist derselbe?

Lösung.

Der Stamm kostet $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 40 = \mathbf{123{,}20\ Mark.}$

8. Mittelfranken. 1887.

Welche Höhe hat ein cylindrischer Eisenblock von 7 dm Durchmesser und einem Volumen von 231 cdm?

Lösung.

Die Grundfläche ist $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{11}{7} = 38\frac{1}{2}$ qdm. Demnach ist die Höhe $231 : \frac{11}{7} =$ **6 dm.**

3. Pfalz. 1892.

Ein Cylinder hat einen Durchmesser von 8 m und eine Höhe von 9 m. a) Wie verhält sich die Grundfläche zur Umfläche? b) Wie groß ist der Inhalt? c) Wie groß die Oberfläche?

Lösung.

A. $(4^2 \times \pi) : (8 \times \pi \times 9) = 2 : 9.$

B. $4^2 \times \pi \times 9 = \frac{32 \times 99}{7} = \frac{3168}{7} =$ **452$\frac{4}{7}$ cbm.**

C. $2 \times 4^2 \times \frac{11}{7} + 8 \times \frac{11}{7} \times 9 = \frac{104 \times 22}{7} = \frac{2288}{7} =$ **326$\frac{6}{7}$ qm.**

5. Pfalz. 1888.

Eine Tabakdose ist halbkreisförmig und hat einen Radius von $5\frac{1}{2}$ cm und eine Höhe von 4 cm. Wie viel hält diese Dose? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

$\frac{1}{2} \times (5\frac{1}{2})^2 \times \frac{22}{7} \times 4 = \frac{242}{7} =$ **173$\frac{3}{7}$ ccm** ist der Kubikinhalt der Dose.

12. Schwaben. 1888.

Ein Kegel ist 12 dm hoch. Wie lang ist seine Seitenlinie, wenn der Radius seiner Grundfläche 9 dm beträgt?

Lösung.

In dem betreffenden rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete 3×3 dm, die andere 4×3 dm; also ist die Hypotenuse (die Seitenlinie) 5×3 dm $=$ **15 dm** lang.

10. Mittelfranken. 1891.

Ein Kegel hat eine Höhe von 12 dm und eine Seitenlinie von 15 dm. Wie groß ist der Radius und die Mantelfläche dieses Kegels?

Lösung.

A. Die Hypotenuse ist 3×5, die Höhe 3×4, somit die andere Kathete oder der Radius $3 \times 3 =$ **9 dm.**

B. Die Mantelfläche ist $9 \times 3{,}14 \times 15 =$ **423,9 qdm.**

7. Oberpfalz. 1895.

Der Mantel eines Kegels bildet abgerollt einen Kreissektor mit einem Winkel 240°; welches ist der Radius der Grundfläche des Kegels, wenn der Radius des betreffenden Kreissektors 66 m beträgt? ($\pi = \frac{22}{7}$).

Lösung.

Wenn der Radius des Kreises, von welchem der Sektor ein Stück ist, 66 m beträgt, so ist die Seitenhöhe des Kegels 66 m und der Umfang dieses Kreises $2 \times 66 \times {}^{2}\!/_{7}$. Der zu 240° gehörende Bogen und zugleich die Peripherie der Grundfläche ist ${}^{4}\!/_{6} \times 2 \times 66 \times {}^{2}\!/_{7}$. Durch den zu suchenden Radius ausgedrückt ist der Umfang der Grundfläche $2\,r \times {}^{2}\!/_{7}$. Hieraus folgt, daß der Radius der Grundfläche $2 \times {}^{6}\!/_{8} = \mathbf{44\ m}$ ist,

12. Schwaben. 1891.

Die Höhe eines Kegels beträgt 5 m, der Durchmesser der Grundfläche 7 m. Wie viel beträgt der kubische Inhalt des Kegels?

Lösung.

Der Inhalt ist ${}^{1}\!/_{3} \times {}^{7}\!/_{2} \times {}^{2}\!/_{7} \times {}^{5}\!/_{1} = {}^{35}\!/_{42} = \mathbf{64\frac{1}{2}\ cbm.}$

2. Pfalz. 1892.

Ein Kegel hat einen Durchmesser von 16 cm und eine Höhe von 19 cm. Daraus wird die größte quadratische Pyramide geschnitten. Wie verhalten sich die Inhalte?

Lösung.

Bei gleicher Höhe verhalten sich die Inhalte wie die Grundflächen, also wie $8^2\,\pi : 2 \times 8^2 = \mathbf{11 : 7.}$

4. Schwaben. 1887.

Der Radius eines Globus ist 14 cm. Wie groß ist seine Oberfläche? ($\pi = {}^{2}\!/_{7}^{2}$).

Lösung.

Die Oberfläche ist $4 \times 2 \times 14 \times 22 = 8 \times 308 = \mathbf{2464\ qcm.}$

8. Schwaben. 1886.

Der Durchmesser einer Kugel beträgt 2 dm, wie groß ist die Oberfläche?

Lösung.

Die Oberfläche ist $4 \times 1 \times 3{,}14 = \mathbf{12{,}56\ qdm.}$

10. Mittelfranken. 1894.

Wie hoch kommt die Vergoldung einer Kugel, die 14 cm im Durchmesser hat, wenn 1 qcm 2 ₰ kostet?

Lösung.

Die Oberfläche der Kugel ist $4 \times 7 \times 7 \times {}^{2}\!/_{1} = 616$ qcm. Es kostet daher die Vergoldung **12,32 Mark.**

12. Schwaben. 1893.

Welchen kubischen Inhalt hat eine Kugel von 3 m Radius?

Lösung.

Das Volumen der Kugel ist ${}^{4}\!/_{3} \times (3)^3 \times {}^{2}\!/_{1} = \frac{36 \times 22}{7} = \frac{72 \times 11}{7} = {}^{792}\!/_{7} = \mathbf{113\frac{1}{7}\ cbm.}$

XII. Aufgaben aus der Physik.

3. Schwaben. 1885.

Der kurze Arm eines Hebels ist $3\frac{1}{2}$ cm lang und mit 225 gr belastet. Welche Länge muß dem größeren Arme gegeben werden, wenn mit einer Kraft von 75 gr der Last das Gleichgewicht gehalten werden soll?

Lösung.

Die 75 fache Länge muß $3\frac{1}{2} \times 225$ sein, somit die einfache Länge $3\frac{1}{2} \times 3 =$ **$10\frac{1}{2}$ cm.**

5. Pfalz. 1889.

Die Arme eines Hebels stehen im Längenverhältnisse von 28 : 5. Die 15 kg große Kraft greift im äußersten Punkte ihres Hebelarmes ein. Am 2. Teile des Hebelarmes der Last (vom Unterstützungspunkte aus) wirken $19\frac{1}{4}$ kg. Wie viele kg müssen am 5. oder äußersten Teile ihres Hebelarmes angreifen, damit der unterstützte Hebel in horizontaler Lage im Gleichgewichte bleibt?

Lösung.

Am 2. Teile des Hebelarmes der Last wirken $19\frac{1}{4}$ kg, soll wohl heißen, daß $\frac{2}{5}$ des Hebelarmes vom Unterstützungspunkte weg $19\frac{1}{4}$ kg wirken. In diesem Falle ist das 5 fache Gewicht am äußersten Punkte des kürzeren Armes gleich $28 \times 15 - \frac{77}{4} \times 2$ $= 420 - 38{,}5 = 381{,}5$. Das einfache Gewicht ist $\frac{381{,}5}{5} =$ **76,3 kg.**

3. Pfalz. 1891.

Der Hebelarm der Kraft verhält sich zum Hebelarm der Last wie $1 : 3\frac{1}{2}$. Wie lang ist der Hebelarm der Kraft, der einer Last von $15\frac{3}{4}$ kg das Gleichgewicht hält?

(So lautet die Aufgabe in der 2. Beilage zu Nr. 31 der Bayer. Lehrerzeitung 1892. Es ist selbstverständlich, daß hier ein Druckversehen vorliegt. Vielleicht hat die Aufgabe gelautet: »Der Hebelarm der Kraft verhält sich zum Hebelarm der Last wie $3\frac{1}{2} : 1$. Wie groß muß die Kraft sein, welche einer Last von $15\frac{3}{4}$ kg das Gleichgewicht hält?« **Antwort: $15\frac{3}{4} : 3\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ kg.**)

9. Schwaben. 1888.

Bei einer schiefen Ebene beträgt die Basis 24 m, die Länge 30 m. Wie hoch ist die schiefe Ebene?

Lösung.

In dem rechtwinkeligen Dreieck, welches die schiefe Ebene darstellt, ist die Hypotenuse 5×6 m, die eine Kathete 4×6 m, also ist die andere Kathete, nämlich die Höhe $3 \times 6 =$ **18 m.**

1. Pfalz. 1892.

Welche Kraft ist erforderlich, um ein 5 Ztr. schweres Faß auf einer 2,8 m langen Schrotleiter 0,9 m hoch zu heben, wenn die Überwindung der Reibung 20 Pfd. erfordert?

Lösung.

Die anzuwendende Kraft (ohne Reibung) steht im geraden Verhältnis zum Produkte aus der Höhe in die Last und im umgekehrten Verhältnisse zur Länge der schiefen Ebene.

Es ist daher die gesamte erforderliche Kraft $\frac{500 \times 0{,}9}{2{,}8} + 20 = \mathbf{180\frac{1}{7}}$ **Pfd.**

8. Mittelfranken. 1888.

Wie groß ist der Gewichtsverlust eines Cylinders von 5 cm Radius und 30 cm Höhe in Weingeist, dessen spezifisches Gewicht 0,8 beträgt?

Lösung.

I. Das Volumen des Cylinders ist $5 \times 5 \times 3{,}14 \times 30 = 2355$ ccm.

II. Das Gewicht des verdrängten Weingeistes und somit der Gewichtsverlust ist $2355 \times 0{,}8 = \mathbf{1884\ g.}$

2. Mittelfranken. 1890.

Ein Cylinder aus Holz vom spezifischen Gewicht 0,4 hat eine Höhe von 30 cm, und der Radius seiner Grundfläche mißt 6 cm. a) Wie viel verliert derselbe von seinem Gewichte in Weingeist, dessen spezifisches Gewicht 0,8 beträgt? b) Wie groß ist seine Steigkraft im Wasser?

Lösung.

A. Das Volumen des Cylinders ist $36 \times 94{,}2 = 3391{,}2$ ccm, sein Gewicht 1356,48 g. Im Weingeist taucht er nicht unter, sondern verliert nur so viel an Gewicht, als er wiegt, nämlich **1356,48 g.**

B. Taucht man den Cylinder ganz in Wasser, so ist der Auftrieb d. i. das Gewicht des verdrängten Wassers **3391,2 g** (der Auftrieb im Weingeist wäre 2712,96 g).

6. Mittelfranken. 1889.

Wie groß ist der Gewichtsverlust einer Kugel von 6 cm Durchmesser, die ganz in Wasser getaucht ist?

Lösung.

So viele ccm Inhalt, so viele g Verlust. Der Halbmesser hat 3 cm, daher ist der Inhalt $\frac{4}{3} \times 27 \times 3{,}14 = 113{,}04$ ccm. Demnach ist der Gewichtsverlust **113,04 g.**

4. Oberfranken. 1893.

Auf ein im Wasser schwimmendes Holzstück vom spezifischen Gewichte 0,6, das 10,8 kg wog, wurde ein Eisenstab gelegt, so daß jetzt das Niveau des Wassers mit der Oberfläche des Wassers zusammenfielen. Wie groß war das Gewicht und wie groß das Volumen des Eisenstabes? (spezifisches Gewicht des Eisens 7,5).

Lösung.

I. Das Volumen des Holzstückes war $\frac{10{,}8}{0{,}6} = 18$ cdm.

II. Es verdrängen 18 cdm 18 kg Wasser; daher betrug das Gewicht des Eisenstabe $18 - 10{,}8 = \mathbf{7{,}2\ kg.}$

III. Das Volumen des Eisenstabes war $\frac{7{,}2}{7{,}5} = 0{,}96$ cdm $= \mathbf{960\ ccm.}$

9. Oberbayern. 1888.

Ein Zuckerhut hat $2\frac{5}{7}$ qdm Grundfläche und 70 cm Höhe. Was kostet derselbe, wenn das spezifische Gewicht des Zuckers 1,5 ist und das kg 70 ₰ kostet?

Lösung.

I. Der Kubikinhalt des Zuckerhutes ist $\frac{2}{3}$ cdm.

II. Das Gewicht ist $\frac{2}{3} \times 1{,}5 = 10$ kg.

III. Der Preis beträgt **7 Mark.**

10. Mittelfranken 1892.

Eine Bleikugel hat einen Umfang von $4\frac{5}{7}$ cm. Wie schwer ist dieselbe, wenn das spezifische Gewicht des Bleies $11\frac{1}{3}$ ist?

Lösung.

I. Bei einem Umfang von $4\frac{5}{7}$ cm ist der Halbmesser $\frac{5}{7} : \frac{4}{7} = \frac{5}{4}$ cm.

II. Der Rauminhalt der Kugel ist $\frac{4}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{25}{7} = \frac{225}{112}$ ccm.

III. Das Gewicht der Kugel beträgt $\frac{225}{112} \times \frac{35}{3} = \mathbf{19{,}8\ g.}$

2. Oberpfalz. 1881.

Das spezifische Gewicht des Petroleums ist 0,8. Wie hoch kommt das l Petroleum, wenn das Zollpfund um 18 ₰ verkauft wird?

Lösung.

1 kg kostet 36 ₰; 1 l wiegt 0,8 kg, somit kostet 1 l Petroleum $36 \times 0{,}8 =$ **28,8 Pfg.**

1. Mittelfranken. 1889.

Ein Kaufmann kauft 3 hl Petroleum um 78,75 ℳ. Wie teuer muß er 18 kg verkaufen, wenn er $14\frac{2}{7}$ % gewinnen will und das spezifische Gewicht des Petroleums 0,8 ist?

Lösung.

I. Da $\frac{1}{7}$ der Ausgaben gewonnen wird, so ist die Einnahme $\frac{78{,}75 \times 8}{7} = 90$ ℳ.

II. Es wiegen 300 l 240 kg.

III. Somit kosten 18 kg $\frac{90 \times 18}{240} = \mathbf{6\frac{3}{4}\ Mark.}$

7. Unterfranken. 1891.

Ein Schiff hat eine Geschwindigkeit von 4 m in der Sekunde. Wie weit kommt dasselbe in $\frac{1}{2}$ Stunde stromaufwärts, wenn die Geschwindigkeit des befahrenen Flusses 1,5 m beträgt?

Lösung.

Die in $\frac{1}{2}$ Stunde zurückgelegte Strecke ist $(4 - 1{,}5) \times 30 \times 60 = \mathbf{4500\ m.}$

2. Pfalz. 1890.

Ein Schiff hat eine Geschwindigkeit von 5 m in der Sekunde; wie weit kommt dasselbe in einer Stunde stromaufwärts, wenn die Geschwindigkeit des befahrenen Stromes 1,40 m beträgt? Wie weit stromabwärts?

Lösung.

Der in 1 Stunde stromaufwärts zurückgelegte Weg beträgt $60 \times 60 \times (5 - 1{,}40) = \mathbf{12960\ m}$; der stromabwärts zurückgelegte $60 \times 60 \times (5 + 1{,}40) = \mathbf{23040\ m}$.

4. Oberfranken. 1889.

Aus zwei kreisrunden Öffnungen, deren Durchmesser sich wie 3 : 5 verhalten, fließt Wasser mit Geschwindigkeiten im Verhältnis 5 : 9 aus. Wenn nun die Wassermenge, die aus der zweiten Öffnung in 1 Minute mehr ausfließt als aus der ersten, zur Füllung eines Cylinders mit 7 dm Durchmesser und 4 dm Höhe ausreicht, wie viele l Wasser liefert jede Röhre in der Minute?

Lösung.

Die in einer Zeiteinheit gelieferten Wassermengen verhalten sich wie die Produkte aus den Querschnitten in die Geschwindigkeiten also wie $9 \times 5 : 25 \times 9 = 1 : 5$. Liefert die erste Öffnung in der Minute 1 l, so liefert die zweite 5 l d. i. 4 l mehr. Nun liefert aber die zweite nicht bloß 4 l mehr, sondern so viel, als der bezeichnete Cylinder faßt, nämlich $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} \times 4 = 154$ l mehr. Es liefert somit die erste Öffnung $\frac{154}{4} = \mathbf{38\frac{1}{2}}$ **Liter,** die zweite $\frac{7}{2} \times 5 = \mathbf{192\frac{1}{2}}$ **Liter.**

INHALT.

Seite

Einleitung 3

A. Rechnungen mit unbenannten Zahlen 5

B. Rechnungen mit benannten Zahlen 17

I. Gemischte Gleichungen und Vergleichungen benannter Größen 17

II. Teilungsrechnungen 56

III. Prozentrechnungen 62

IV. Zinsrechnungen 69

V. Terminrechnungen 84

VI. Gewinn- und Verlustrechnungen 88

VII. Berechnungen von Wertpapieren 99

VIII. Wechselrechnungen 101

IX. Mischungsrechnungen 102

X. Aufgaben aus der Planimetrie 108

XI. Aufgaben aus der Stereometrie 117

XII. Aufgaben aus der Physik 123

Berichtigung*) zu Holzners Lösungen. I. Teil, Seite 39.

Die Aufgabe 2. Unterfranken 1883 lautete:

Eine unverzinsliche Schuld war vom 10. November 1878 ab nach Umlauf von 5 Jahren zu bezahlen. Schon am 10. Mai 1880 wurden 1500 ℳ und am 10. Februar 1882 weitere 2400 ℳ abgetragen; der Rest von 3200 ℳ wurde am 10. lfd. Monats (?) erlegt. Wie groß war die Schuld, angenommen, daß sich Kreditor und Debitor über einen 5 prozentigen Diskontfuß geeinigt hatten?

Lösung.

I. Der Schuldrest von 3200 ℳ wurde am 10. November (?) 1883 bezahlt.

II. Die am 10. Mai 1880 bezahlten 1500 ℳ wurden $3\frac{1}{2}$ Jahre früher abgetragen. Sie hatten am 10. November 1883 den Wert von $1500 + 1500 \times \frac{5}{100} \times \frac{7}{2} = 1762{,}50$ ℳ.

III. Die weiteren 2400 ℳ wurden $1\frac{3}{4}$ Jahre vor dem Termine bezahlt, hatten daher einen Wert von $2400 + 2400 \times \frac{5}{100} \times \frac{7}{4} = 2610$ ℳ.

IV. Die auf den Zahlungstermin prolongierten Teilzahlungen betrugen $1762{,}50 + 2610 + 3200 =$ **7572,50 Mark.**

Antwort: die Schuld betrug **7572,50 Mark.**

*) Wahrscheinlich kommen an ein paar Stellen kleine, von mir bei der Korrektur übersehene Fehler vor, welche hier zu berichtigen sicherlich nicht erforderlich ist.

Dr. Holzner.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lösungen der Rechnungsaufgaben für Schuldienst-Exspektanten

Bd.: 4

1897

Bavar. 1275 qo-1/4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11801565-1